

## A Limit to the Weight Lightening Based on Performance Prediction of Tennis Racket

正 川副 嘉彦(埼玉工大)

Yoshihiko KAWAZOE, Saitama Institute of Technology, Fusajii 1690, Okabe-machi, Saitama

At the current stage, the terms used in describing the performance of a tennis racket are based on the feel of an experienced tester or a player. However, the optimum racket depends on the physical and technical levels of each user. Accordingly, there are a number of unknowns regarding the relationship between the performance estimated by a player and the physical properties of a tennis racket. The lighter racket with head-heavy configuration is recent tendency of high-tech rackets, increasing power with an increasing racket swing speed. Racket frames as light as 200 grams have appeared in the market. This paper has investigated a limit to the weight lightening based on the predicted racket performance in terms of coefficient of restitution, rebound power, racket head velocity and post-impact ball velocity for ground strokes. It is based on the experimental identification of the racket dynamics and the approximate nonlinear impact analysis with a simple forehand swing model. The predicted results showed that the lightest racket at present has advantageous for racket head speed, but disadvantageous for coefficient of restitution, rebound power, and post-impact velocity for ground stroke, and it has also large shock vibrations at the racket handle compared to the ordinary super-light weight racket with 275 g of frame. Accordingly it was found that there seems to be a limit to the present weight lightening of tennis racket.

**Key Words:** Dynamics, Sports Engineering, Tennis Racket, Weight Lightening Limit, Impact, Coefficient of restitution, Power, Shock Vibration, Prediction of performance

最近のテニスラケットの特長は軽量化である。ラケットの(ストリングスを張った状態での)質量は、木製の時代は 370 g ~ 400 g、複合材ラケットの初期の頃は 360 g から 375 g、さらに軽量化が進み超軽量ラケットと呼ばれる 300 g を切るラケットが現れた。最近の最も軽いラケットは 220 g に達している。本研究では、ラケット・腕系とボールの実験的同定とフォアハンド・グランドストローク・スイングモデルに基づいて、ボールの飛びに関連する性能(反発係数、反発性、ラケット・ヘッド速度、打球速度)および打球感に関連する性能を予測し、ラケットの軽量化の限界を検討した。

表 1 は、現時点での最軽量ラケット Prince TSL、平均的な超軽量ラケット EOS120A および従来型重量バランス・ラケット EOS120H の物理特性を示す。 $I_{GX}$  はグリップ周り(カタログのスイング・ウェイトに対応)、 $I_{GY}$  は縦の中心線(長手方向軸)まわりの慣性モーメントである。最軽量ラケット Prince TSL は、ヘッド速度が速く、カタログ上の操作性も良いが、反発係数、反発性(図 A1)に劣り、ボールの飛び性能(図 A2)は低下する。しかもグリップ衝撃振動が非常に大きく(図 A3)、軽量化には限界があることが明らかになった。

Table.1 Physical properties

Racket	TSL	EOS120A	EOS120H
Total length	710 mm	690 mm	685 mm
Face area	742 cm <sup>2</sup>	760 cm <sup>2</sup>	760 cm <sup>2</sup>
Mass	224 g	292 g	349 g
Center of gravity from grip end	379 mm	363 mm	323 mm
Moment of inertia $I_{GR}$ about grip	32.4 gm <sup>2</sup>	39.0 gm <sup>2</sup>	38.0 gm <sup>2</sup>
Moment of inertia $I_{GY}$ about Y axis	11.0 gm <sup>2</sup>	14.0 gm <sup>2</sup>	16.0 gm <sup>2</sup>
Moment of inertia $I_{GX}$ about X axis	1.21 gm <sup>2</sup>	1.78 gm <sup>2</sup>	2.21 gm <sup>2</sup>
1st frequency	200 Hz	137 Hz	142 Hz
Strings tension	55 lb	79 lb	79 lb
Reduced mass (center)	0.15 Kg	0.21 Kg	0.21 Kg

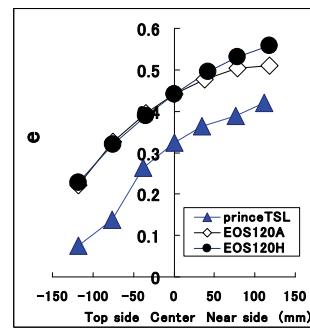


Fig. A1 Predicted rebound power coefficient

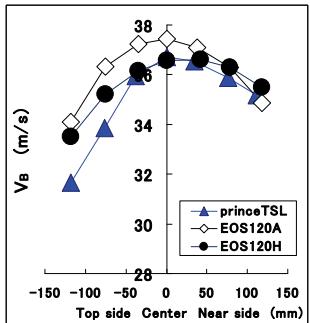
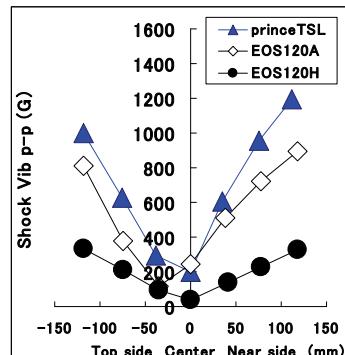
Fig. A2 Predicted post-impact ball velocity  $V_B$ 

Fig. A3 Predicted shock vibration magnitude at the grip portion of a freely suspended racket

## 1. 緒言

ラケットの進歩がテニスのプレイ・スタイルを変えたと言われている。最近のラケットの特長は軽量化である。軽量ラケットは、軽量化による反発性の低下をヘッド速度の増大によって補い、打球速度(ボールの飛び)を増そうというのがねらいである。超軽量トップ・ヘビーと称する軽いラケット(グリップ・ライト)は、重量バランス位置が打点に近い位置にあるため、軽い割には反発係数(反発性、跳ね返りの良さ)が低下しないことが特長であり、軽くてもボールの跳ね返りは悪くない。根元側での性能は重めのラケットより劣るが、もともと根元側での反発性は先端側より良いので、あまり問題にはならない。

ラケットの質量(ストリングスを張った状態)は、木製の時代は 370 g ~ 400 g、複合材ラケットの初期の頃は 360 g から 375 g、さらに軽量化が進み超軽量ラケットと呼ばれる 300 g を切るラケットが現れた。最近の最も軽いラケットは 220 g(フレームだけなら 200 g に近い)に達している。

本研究では、ラケットとボールの実験的同定に基づくラケット性能予測結果に基づいて、ボールの飛びに関する性能(反発係数、反発力係数、ラケット・ヘッド速度、打球速度)および打球感に関する性能(ラケット・グリップと手首の衝撃振動)について、現時点での最軽量(超超軽量)ラケット Prince TSL 224 g(フェース面積 115 in<sup>2</sup>)、平均的な超軽量ラケット EOS 120A (120 in<sup>2</sup>, 292 g)、従来型重量バランスのラケット EOS 120H (120 in<sup>2</sup>, 354 g)を比較し、軽量化の限界を検討する。

## 2. ラケットの物理特性

表 1 は、現時点での最(超)軽量ラケット Prince TSL、平均的な超軽量ラケット EOS120A および従来型重量バランス・ラケット EOS120H の物理特性を示す。 $I_{GX}$  はグリップ周り(カタログのスイング・ウェイトに対応)、 $I_{GY}$  は縦(長手方向)の中心線まわりの慣性モーメントである。

Table.1 Physical properties

Racket	TSL	EOS120A	EOS120H
Total length	710 mm	690 mm	685 mm
Face area	742 cm <sup>2</sup>	760 cm <sup>2</sup>	760 cm <sup>2</sup>
Mass	224 g	292 g	349 g
Center of gravity from grip end	379 mm	363 mm	323 mm
Moment of inertia $I_{GR}$ about grip	32.4 gm <sup>2</sup>	39.0 gm <sup>2</sup>	38.0 gm <sup>2</sup>
Moment of inertia $I_{GY}$ about Y axis	11.0 gm <sup>2</sup>	14.0 gm <sup>2</sup>	16.0 gm <sup>2</sup>
Moment of inertia $I_{GX}$ about X axis	1.21 gm <sup>2</sup>	1.78 gm <sup>2</sup>	2.21 gm <sup>2</sup>
1st frequency	200 Hz	137 Hz	142 Hz
Strings tension	55 lb	79 lb	79 lb
Reduced mass (center)	0.15 Kg	0.21 Kg	0.21 Kg

## 3. ラケットとボールの実験的同定と衝突解析の概要

ボール・ストリングス系の非線形復原力特性は、圧縮試験における荷重-変位特性実測値を用いて、最小二乗法により同定する。衝突におけるボールとストリングスのエネルギー損失は、ラケット・ヘッド固定のストリングスにボールを衝突させたときの反発係数実測値  $e_{BG}$  を用いて求める<sup>(1)~(5)</sup>。

剛体特性は、重心まわり慣性モーメントと長手方向軸まわり慣性モーメントを実験的に算出し、打点に換算した換算質量  $Mr$  として同定する<sup>(6)</sup>。

図1は、3種類のラケットのグリップ自由(宙づりラケット)の場合の換算質量を示す。横軸はラケット面長手方向軸(縦軸)の位置である。図2は、最軽量ラケットの腕系を考慮した場合との比較である。最軽量ラケット Prince TSL の値はかなり小さめで

ある

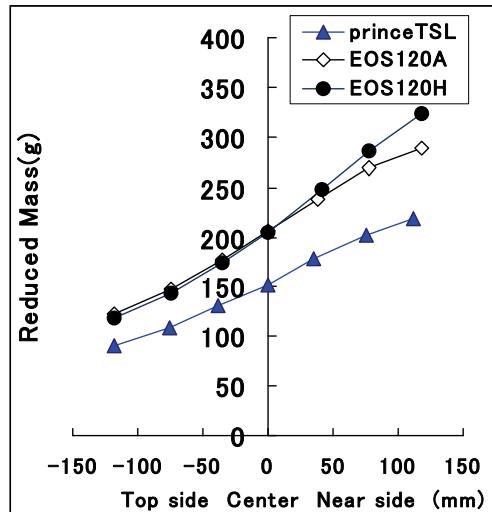


Fig.1 Reduced mass along the longitudinal axis

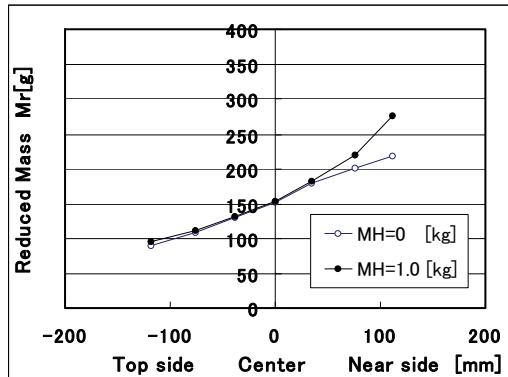


Fig.2 Reduced mass of super light Prince TSL with equivalent arm system and without.

ラケットの振動特性は実験モード解析に基づいて同定し、線形性を仮定すれば、任意の打点  $i$  に単位衝撃が作用したときの応答点  $j$  の  $k$  次振動モード成分  $r_{ijk}$  が求まる<sup>(7)</sup>。

一方、ラケットの各打点に換算した換算質量  $Mr$  を導入し、衝突速度に依存するボール・ストリングス複合系の等価バネ  $K_{GB}$  と 1 自由振動モデルを仮定すると、フレーム振動を無視したときの衝突の力積波形が式(1)のように数値計算により得られる。ただし、時間を  $t$ 、衝突力の最大値を  $F_{MAX}$ 、接触時間を  $T_C$  とする。

$$F(t) = F_{MAX} \sin(\pi t / T_C) \quad (0 \leq t \leq T_C) \quad (1)$$

式(1)のフーリエ・スペクトルを  $S(f)$  ( $f$ : 振動数 Hz) とすると、ラケット面上の点  $j$  における衝突によるラケット上  $i$  における  $k$  次モードの応答振幅成分(固有振動数  $f_k$ )  $X_{ijk}$  は、以下のように近似できる。

$$X_{ijk} = r_{ijk} * S_j(f_k) \quad (2)$$

式(2)から得られるフレーム振動の速度振幅分布とフレーム振動によるエネルギー損失  $E_1$  が求まり、ボールとストリングスの反発係数  $e_{BG}$  に対応するエネルギー損失  $E_2$  を用いると、 $E_1$  と  $E_2$  の和からボールとラケットの反発係数分布  $er$  が衝突速度の関数として求まる。ラケット・フレームの剛性が高いほど反発係数は大きい。反発係数  $er$  を用いると衝突諸量が求まる<sup>(8)</sup>。

#### 4. ボールの飛びに関連する性能予測法の概要

ラケットの反発性を表す反発力係数  $e$  は、ラケットでボールを打撃する場合は、インパクト直前のラケット・ヘッドの速度を  $V_{RO}$ 、衝突直前のボール速度を  $V_{BO}$ 、衝突直後のボール速度を  $V_B$  とすると

$$e = -(V_B - V_{RO}) / (V_{BO} - V_{RO}) \quad (1)$$

であり、反発係数の予測値  $e_r$  との関係は、

$$e_r = (e - m_B/M_r) / (1 + m_B/M_r) \quad (2)$$

である。反発力係数  $e$  を用いると、打球速度  $V_B$  は以下のように書ける。

$$V_B = -V_{BO} e + V_{RO}(1+e) \quad (3)$$

$$|V_B| = |V_{BO}|e + |V_{RO}|(1+e) \quad (4)$$

式(4)において、ラケット速度  $V_{RO}$  を実際のスイングに近く与えてやれば、打球直後のボール速度が予測できることになる。ラケットのパワーは打球速度  $V_B$  で評価できる。ここではグランドストロークを想定し、手首と肘の関節角度を一定に保って肩関節だけに一定の回転トルク  $N_S$  を与え、腕・ラケット系が肩関節

まわりに  $\pi/2$  回転したところでボールとラケットが衝突するモデルを使用する。女子トッププロのラリーにおけるフォアハンド・グランドストロークを想定して、 $V_{BO}=10\text{ m/s}$ 、肩関節トルク  $N_S=56.9\text{ Nm}$  を与える<sup>(9)</sup>。

#### 5. テニスラケットの軽量化の限界についての検討

##### 5.1 ラケットとボールの反発係数の比較

図3は、フォアハンド・グランドストローク・モデルにおいて、 $V_{BO}=10\text{ m/s}$ 、肩関節トルク  $N_S=56.9\text{ Nm}$  を与えたときのラケットとボールの衝突における反発係数  $e_r$  の予測値である。最軽量ラケット Prince TSL の値は他に比べてかなり小さい。これはラケットフレームの振動振幅が大きく、フレーム振動によるエネルギー損失が大きいからである。

##### 5.2 ラケット・ヘッド速度の比較

図4は、同様に、フォアハンド・グランドストローク・モデルにおいて  $V_{BO}=10\text{ m/s}$ 、肩関節トルク  $N_S=56.9\text{ Nm}$  を与えたときのラケットヘッド速度  $V_{ro}$  の比較である。最軽量ラケット Prince TSL の値は他に比べてかなり大きい。

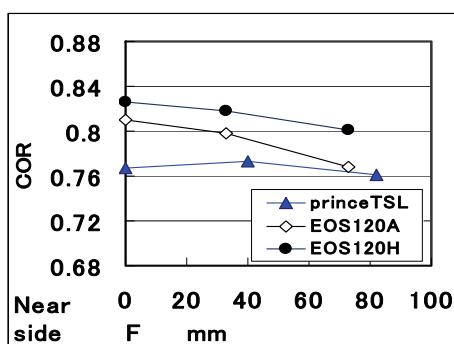
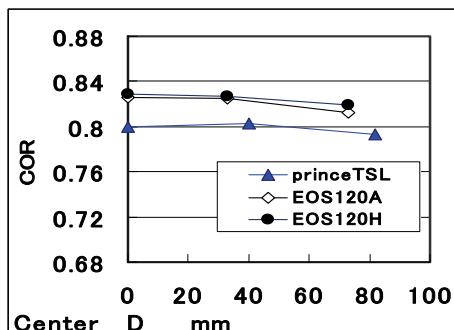
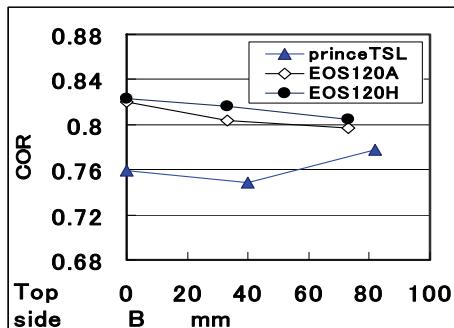
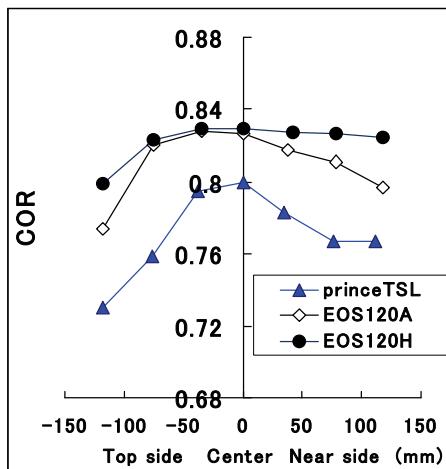
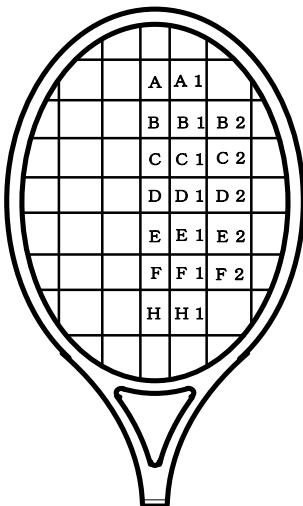


Fig.3 Predicted coefficient of restitution  $e_r$

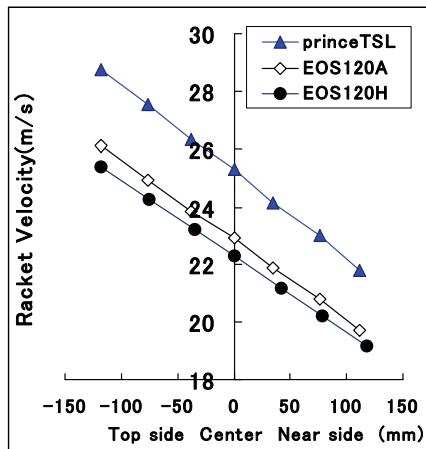


Fig.4 Racket head speed  $V_{R0}$

### 5.3 反発力係数の比較

図5は、反発力係数eの予測結果である。ラケット面中心を原点として先端側と根元側の値を示している。最軽量ラケット Prince TSL の値はかなり低い。また平均的な超軽量ラケット EOS120A と従来型重量バランス・ラケット EOS120H には根元側を除くとほとんど違いはない。

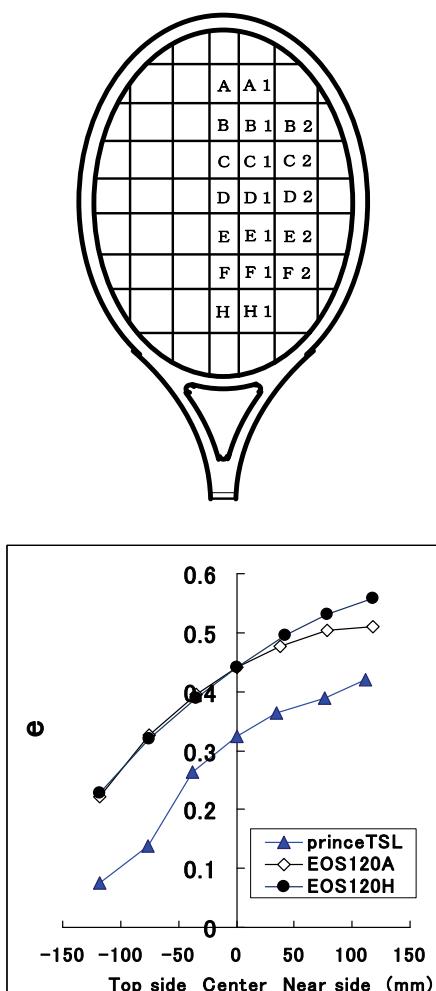


Fig.5 Predicted rebound power coefficient e

### 5.4 ボールの飛び(打球速度)の比較

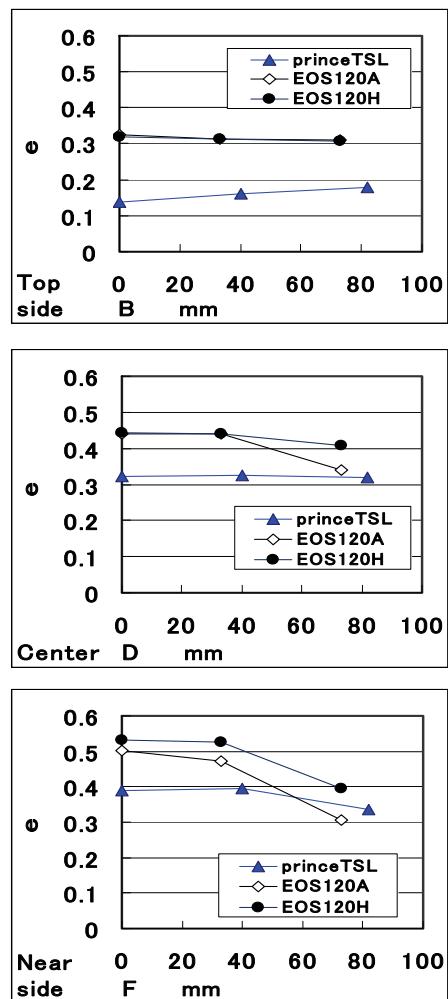
図6は、打球速度の予測結果である。特に面中心から先端側において最軽量のラケット prince TSL の値が低い。打球速度が最も速いのは平均的な超軽量ラケット EOS 120A である。

### 5.5 ラケット・グリップ部と手首関節の衝撃振動

ラケット・グリップと手首関節の衝撃振動波形は剛体運動成分と振動成分との合成により導く。腕系の衝撃振動はインパクトの瞬間には重力や筋力は衝突力にくらべて小さいとし、腕関節はピン結合として扱い、ハンドルの握りの位置と手首関節の位置の距離を無視し、肩関節に作用する力は肩関節の速度には影響ないと仮定し、ボールとストリングスに作用する衝突力、プレイヤーの手首関節、肘関節、肩関節に作用する力を考慮すると、手首関節、肘関節、肩関節の衝撃力成分および衝撃加速度成分を求めることができる<sup>(4)</sup>。

手で支持したラケットの実験モード解析<sup>(1)</sup>および実打実験の加速度実測波形から減衰を同定することにより、ラケット面上の任意の打点でボールと衝突したときのラケットの握りの位置の振動加速度成分を求めることができる<sup>(4)</sup>。

フォアハンド・グランド・ストロークにおいてラケットで打撃したときの手首関節の実測加速度波形と予測波形は、衝撃成分と



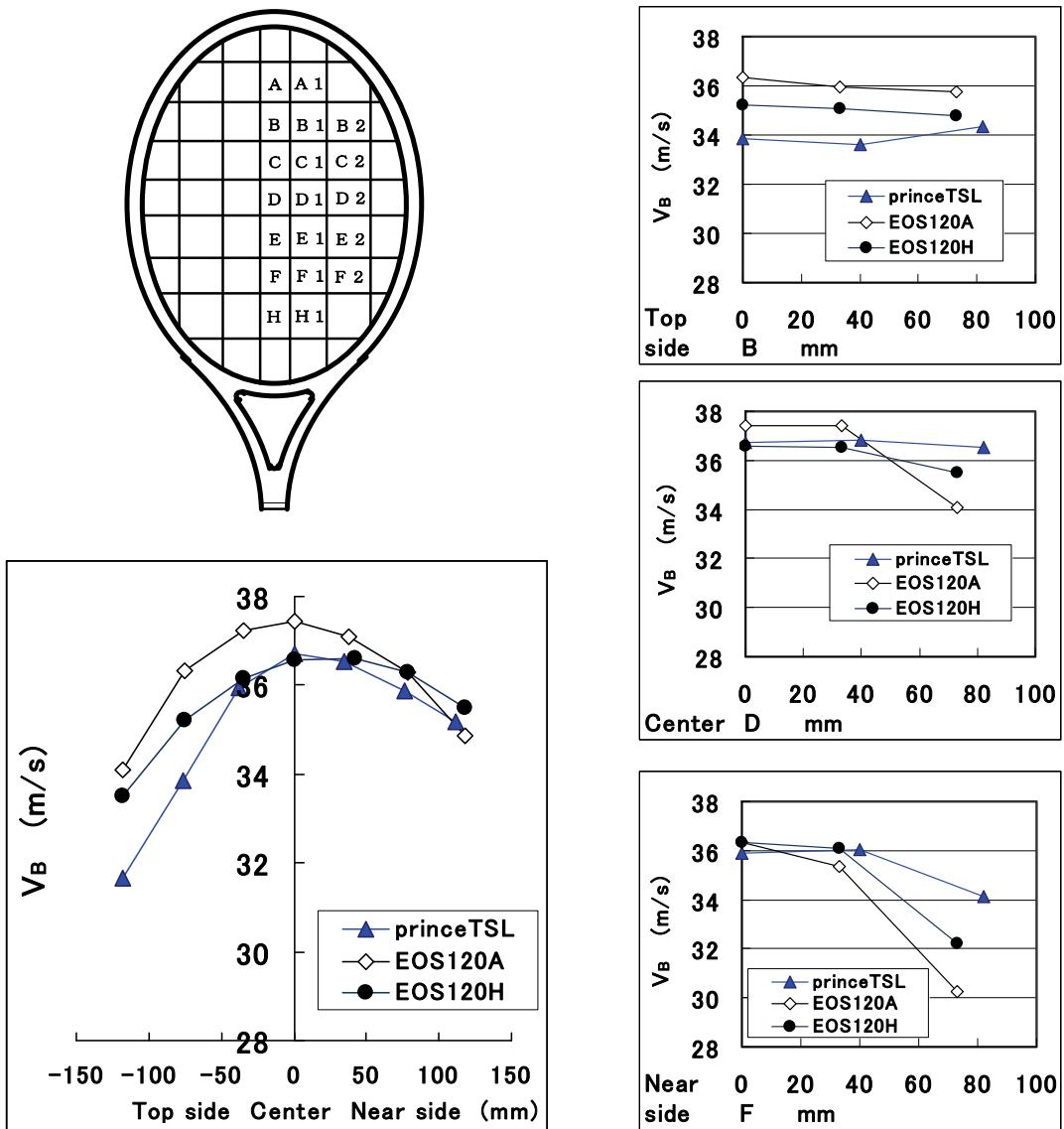


Fig.6 Predicted post-impact ball velocity  $V_B$

フレーム振動の2節曲げ、3節曲げ、2節ねじり、ストリングス面振動1次の4つの振動モード成分を考慮するとかなり一致する。

図7は、宙づりラケットのグリップ部の衝撃振動予測波形のインパクトの瞬間のピーク-ピーク値（MaximumとMinimumの差）を示す。ボールとラケットの衝突速度は30m/sである。最軽量ラケットPrince TSLの衝撃振動が最も大きい。

図8は、フォアハンド・グランド・トロークのインパクトの瞬間ににおけるグリップ部の衝撃振動加速度のピーク・ピーク値の予測結果である。

図9は、フォアハンド・グランド・トロークのインパクトの瞬間ににおける手首関節の衝撃振動加速度のピーク・ピーク値の予測結果である。

軽量なラケットほど衝撃振動は大きいが、最軽量ラケットの衝撃振動が著しく大きいことが目立つ。

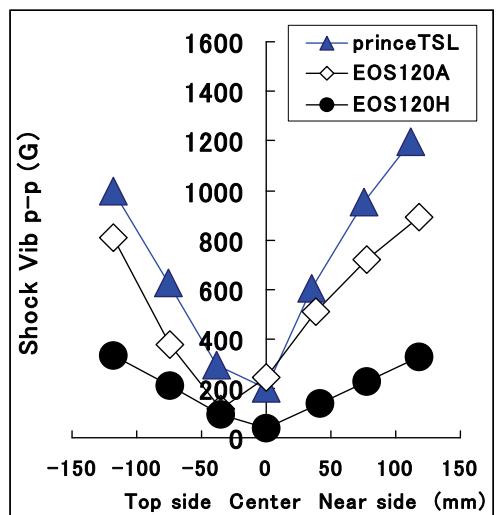


Fig.7 Predicted shock vibrations at the grip portion of a freely suspended rackets

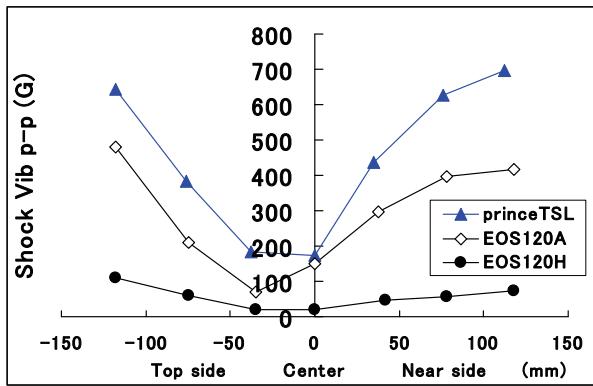


Fig.8 Predicted shock vibrations at the grip portion during forehand stroke

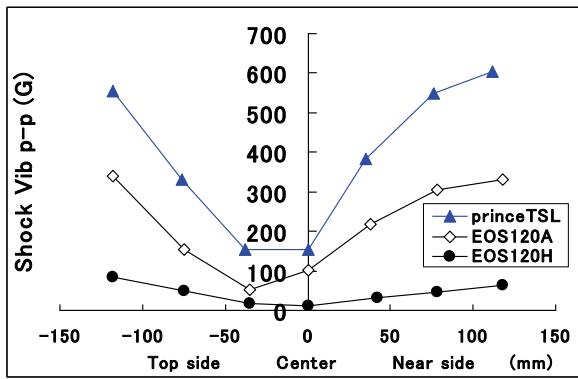


Fig.9 Predicted shock vibrations at the wrist joint during forehand stroke

## 6. 結 論

超軽量ラケットは、重量バランスを考えてうまく設計すれば平

均的な超軽量ラケット EOS120A のように打球速度の速いものになるが、現在の軽量化の方向には限界があることが明らかになった。現時点での最軽量ラケット prince TSL は、質量が非常に軽くてヘッド速度も速く、操作性も良いはずだが、反発係数、反発力係数が低く、打球速度は低下する(ボールの飛びが悪くなる)ことがわかった。また、グリップの衝撃振動が非常に大きいことがわかった。

本研究の一部は平成 13 年度文部省科学研究費基盤研究(B),(C)の援助および埼玉工業大学ハイテクリサーチセンターの援助によって行われたことを付記する。

## 文献

- (1)川副, 機論, C, 56-526(1990), 1511-1517.
- (2)川副, 機論, C, 58-552(1992), 2467-2474.
- (3)川副, 機論, C, 59-558(1993), 521-528.
- (4)川副, 機論, C, 59-562(1993), 1678-1685.
- (5)川副, 機論, C, 61-584(1995), 1300-1307.
- (6)川副, 機械学会 D&D'97 スポーツ工学シンポジウム講論集, No.97-10-2(1997), 66-73.
- (7)川副・友末, 機論, C, 64-623(1998), 2382-2388.
- (8)川副, 機械学会ジョイントシンポジウム講論集, No.98-31 (1998), 44- 48.
- (9)川副・友末・吉成・Casolo, 機械学会ジョイントシンポジウム・スポーツ工学シンポジウム講論集, No.97 - 34(1997), 28-32.
- (10)川副, 75 期通常総会講論集, No.98-1(1998), 539-540.
- (11)川副・荻原, 75 期通常総会講論集, No.98-1(1998), 543- 544.
- (12) 川副・友末・吉成, 機械学会・機械力学計測制御講論集, No. 98-8, Vol. B, pp. 133-136.
- (13) 川副・友末・吉成, 機講論, 96-51(1996), pp.501-504.
- (14) Kawazoe, y., Theoretical & Applied Mechanics, Vol. 49, (2000), pp. 11-19