

## 手で支持したテニスラケットの実験的同定と ボールとの衝突における振動振幅の予測\*

川 副 嘉 彦<sup>\*1</sup>

### Experimental Identification of a Hand-held Tennis Racket and Prediction of Racket Vibration during Impact

Yoshihiko KAWAZOE

It is rather difficult to construct a theoretical model of the hand holding a tennis racket upon the interaction of a tennis ball with a racket. The coefficient of restitution during impact is supposed to be related to the main sources of energy loss caused by the collision such as the one due to the impact between a ball and strings, that due to the rotation of the racket and that due to the vibration of the racket frame. This study investigates the situation of a hand-held racket and the mechanism of impact, providing a simple impact model for estimation of coefficient of restitution of a hand-held racket on the basis of the idea that the contact duration is determined by the natural period of the entire system comprising the mass of a ball, the nonlinear stiffness of ball and strings, and the reduced mass of racket at the impact point on the string face. By applying the derived impact force and contact time to the experimentally identified vibration model of a hand-held racket, the vibration of racket during impact can be predicted. Further, the predicted restitution coefficient of a hand-held racket is compared with that of freely supported racket.

**Key Words:** Dynamics of Machinery, Sports Engineering, Impact, Vibration, Experimental Modal Analysis, Coefficient of Restitution, Tennis Racket, Human Interface, Modelling, Identification

#### 1. 緒 言

スポーツ用具は、素材の複合化により設計・製造の自由度が大きくなり、身体的条件や技術的条件の異なる使用者との整合を考慮したきめの細かい設計を目指す段階に至っている。

ラケットの質量分布・剛性分布・外形寸法・ストリングスの張力などの物理特性に対して、ボールがある速度とある角度でラケットに衝突した瞬間から離れるまでの間(接触時間)にラケットがどのように挙動するか、また、ボールの速度とスピンのようになるかが明らかになればラケットの性能が評価できることになる。

しかし、ボールとラケットの衝突は、ボールとストリングスの大変形およびフレームの振動を伴う瞬時(ボールとラケットの接触時間は衝突速度が大きいほど短く、約3ms~6ms)の非線形現象であり、現実のストロークでは人間系がからんでくるのでさらに複雑であり、インパクト(衝突)におけるボールとラケットの挙動やラケットの特質については不明な点が多

い<sup>(1)~(17)</sup>。したがって、現状では工学が設計に關与する余地は少なく、ラケットの性能も深い経験を持つプレイヤーの打球感覚により評価されている。

前報<sup>(15)</sup>において、衝突におけるエネルギー損失と反発係数が密接に關係することに着目し、ボールとストリングスの大変形によるエネルギー損失とラケット・フレームの振動によるエネルギー損失を考慮してラケットの反発性能を予測する方法を提示し、宙吊り状態のラケットにボールが衝突するときのボールの反発速度予測値は、空中に吊したラケットでの実験値によく一致することを示した。

実際のプレイにおけるラケットの反発性能の予測を試みようとする、プレイヤーとラケットを結んでいゝハンドル(俗稱グリップ)の部分を境界条件としてどのように与えるかということが問題になる。

本報では、ラケット・ハンドル(グリップ)を手で握った状態がインパクトにおけるラケットの振動振幅および反発性能にどのように影響するかについて詳細に吟味する。また、これに基づいてグリップを手で握った状態での反発性能の予測法を提示する。

ボールとラケットの斜め衝突におけるボールの回転(スピン)は、コントロール性を問題にする場合は非常に重要であるが、本報では反発のメカニズムに注目し、

\* 平成5年7月23日 機械力学・計測制御部門講演会において講演, 原稿受付 平成6年5月2日.

\*<sup>1</sup> 正員, 埼玉工業大学 (〒369-02 埼玉県大里郡岡部町普濟寺1690).

解析を簡単にするために、ボールとラケットの正面衝突を想定する。また、以下の記述では、ラケット・ハンドルを拘束しない宙吊り状態のラケットを便宜的にグリップ自由あるいはグリップ解放と呼び、手でグリップをしっかりと握った状態を手持ちと呼ぶ。

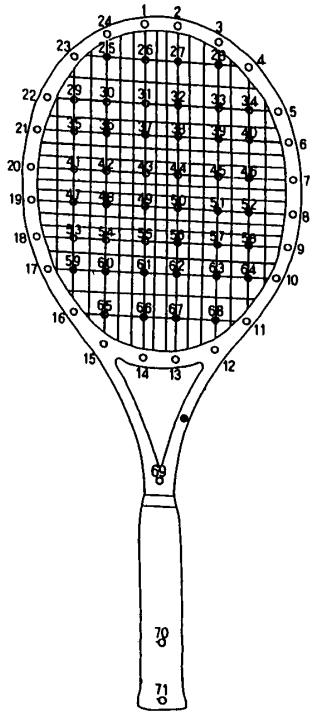


図1 ラケットの打撃点と加速度測定位置

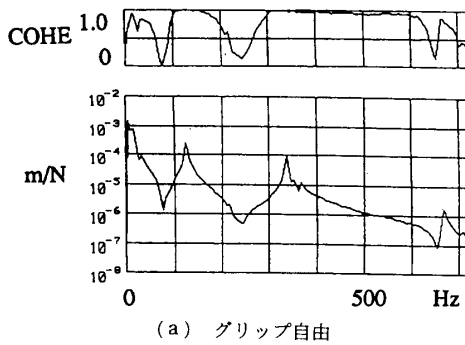
## 2. 手で支持したラケットの実験モード解析

まず、ラケットを軟らかいスポンジの上に横たえた場合(グリップを拘束しない宙吊り状態に相当)とラケット・ハンドルをしっかりと手で握った場合のラケットの振動特性を実験モード解析法により調べてみた。

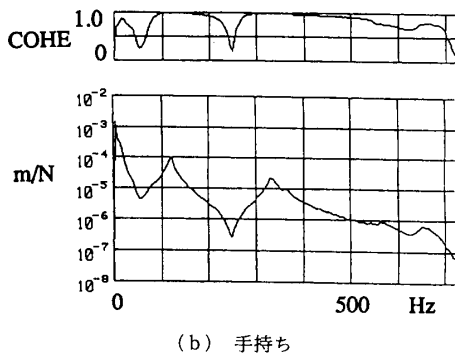
図1は、インパルス・ハンマ法による実験モード解析<sup>(7)(18)~(20)</sup>を適用した供試ラケットの打撃点を示す。

●印は加速度計の取付位置を示す。供試ラケットはストリングスを含む質量が360 g、全長680 mm、公称打球面積628 cm<sup>2</sup>{97 in<sup>2</sup>}、重心はグリップ端から308 mmの位置にあり、重心周りおよびグリップ(端から70 mm)周りの慣性モーメントはそれぞれ13.1 gm<sup>2</sup>、33.5 gm<sup>2</sup>、ストリングス張力は246 N{55 lbs}であり、素材はファイバグラス、グラファイト、セラミック、ケブラからなる。

図2は、ラケット・フレーム(加速度計の位置)を打撃した場合の打撃力と加速度の測定データから求めた10回平均の伝達関数(コンプライアンス)とコヒーレンスの例である。図2(a)は、ラケットを軟らかいスポンジの上に横たえて打撃した場合(グリップ自由)であり、図2(b)はラケット・ハンドルをしっかりと手で握った場合(手持ち)の結果である。サンプリング周期は200 μs、周波数分解能は4.8 Hzであり、ハンマの

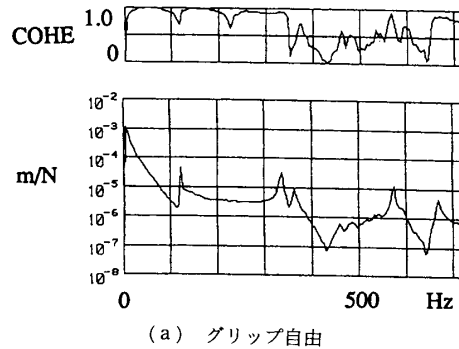


(a) グリップ自由

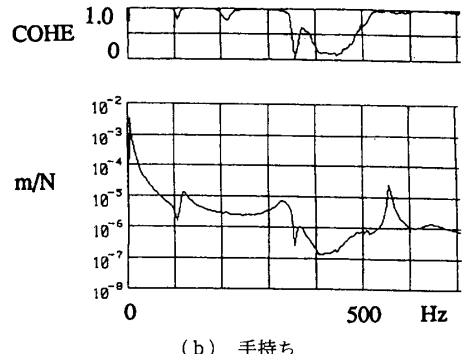


(b) 手持ち

図2 フレーム打撃の場合の伝達関数



(a) グリップ自由



(b) 手持ち

図3 ストリング面中央を打撃した場合の伝達関数

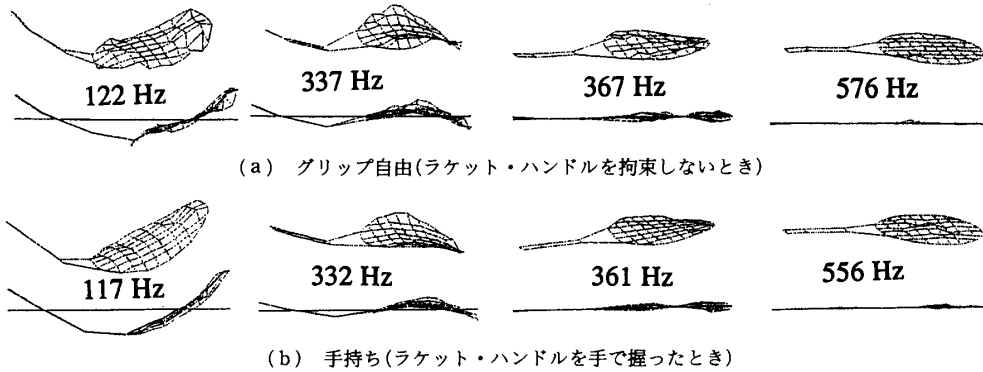


図4 ラケットの振動モード

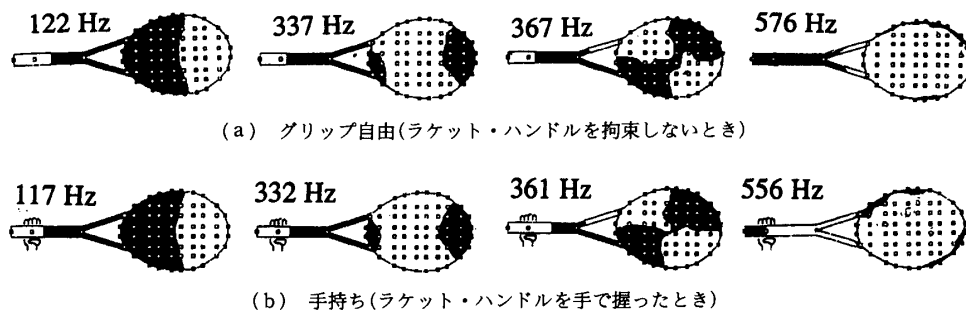


図5 ラケットの振動モード(ストリング面上の節の位置)

チップにはプラスチックを用いた<sup>(19)</sup>。図3はストリング面の中央を打撃した場合の例であり、ストリングスの膜一次モードのピークが顕著にでている。フレーム打撃においては、二度叩きを避けるにはかなりの技巧を要するが、打撃力のスペクトルは高い周波数まで伸びる。一方、ストリングス面打撃では、ハンマとストリングスの接触時間が長いので、打撃力スペクトルは高い周波数まで伸びない。

図4はグリップ自由の場合と手持ちの場合の振動モード解析結果である。ラケットを斜めからみた三次元的な図と側面からみた図を示している。横軸と交わる点がフレームの振動モードの節になる。図5は、ストリング面上の節の線を示したものであり、白と黒の境界線が節である。このラケットの場合、振動数の低いほうからフレームの2節曲げ(ラケットの基本振動モード)、3節曲げ、2節ねじり、ストリングスの膜一次のモードである。ストリングスを張らない場合は、フレームの固有振動数は約4%ほど増すが、ストリングスの有無はフレーム振動モードの節の位置にはほとんど影響しない<sup>(7)</sup>。また、上記4%はラケット総質量に対するストリングス質量の割合4%に等しい。図6は、グリップ自由の場合と手持ちの場合の基本振動モードの節の位置を詳細に比べてみたものである。手持ちの場

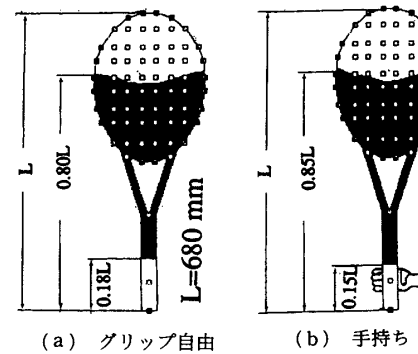


図6 ラケット基本振動の節の位置

合の振動モードには、グリップ部を万力で固定したとき現れる低い振動数の片持ちモード<sup>(20)</sup>は現れず、グリップ自由の場合の振動モードによく似ている。また、手持ちの場合はグリップ自由の場合に比べて固有振動数が少し下がるが、ストリング面上の節の位置はグリップ自由の場合とほとんど同じである。

手持ちの場合の2節曲げ・基本振動のハンドル上の節の位置は、握りの位置により多少移動する。また、手持ちの場合のフレーム振動の減衰は、グリップ自由の場合に比べてかなり大きくなる。これらは手に伝わる振動を問題にする場合は重要であるが、これについては別の機会に報告する。

### 3. 手で支持したラケットとボールの衝突モデル

**3.1 ハンマ打撃による接触時間の測定** 打撃を伴うスポーツにおいてボールと打具が接触してから離れるまでの衝突時間(接触時間)は、そのスポーツを特徴づける重要なパラメータであろう。この短い接触時間の間に打撃後のボールの挙動が決まる。

ボールとラケットの接触時間に及ぼすグリップの支持の影響を推察するために、手持ちの場合とグリップ自由の場合について、インパルス・ハンマでラケットのストリングス面(図1の打撃点25~68)を打撃して、そのときの打撃力波形(正弦半波に似ている)から接触時間を調べてみた。図7(a)がグリップ自由の場合、図7(b)が手持ちの場合の接触時間の実測値であり、等高線表示してある。

グリップを握ったことによる接触時間の変化はほとんどない。すなわち、グリップを強く握っても握らなくても衝突における接触時間はほとんど変わらないことを示している。

#### 3.2 ボール・ラケット複合系の実験モード解析

次に、ラケットのストリングス面中央にボールを接着したボール・ラケット複合系に実験モード解析を適用

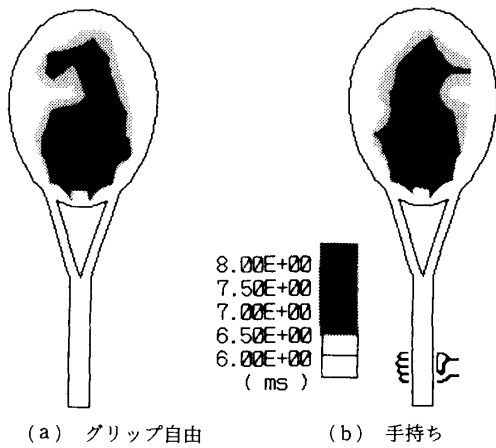


図7 ハンマリングによる接触時間の実測値

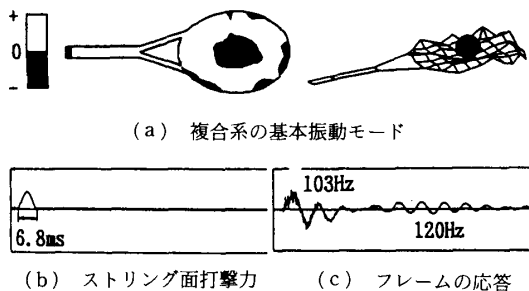
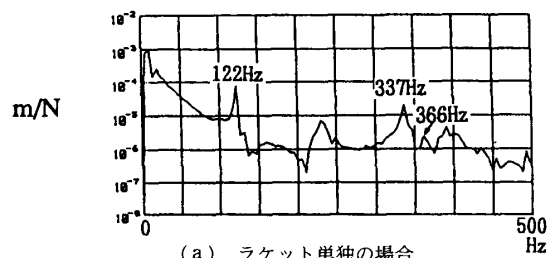


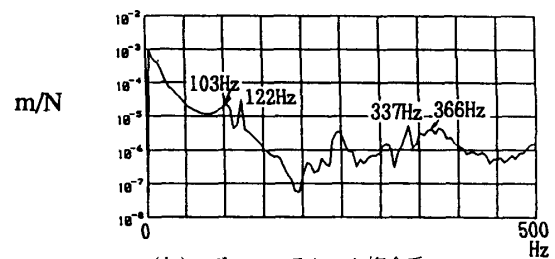
図8 ボール・ラケット複合系の基本振動の測定

してみた。図8(a)は複合系の基本振動モードであり、ボールとフレームがストリングスを間に挟んで相互に押し合い引き合いするモードを示す(黒い部分と白い部分が反対に動く)。このボール・ラケット系の基本振動モードの1/2周期が、衝突における接触時間に相当するとみなすことができる。図8(b)はストリングス面のボールの接着点から少し離れた点をインパルス・ハンマで打撃したときの打撃力波形であり、図8(c)は同時に測定したフレームの首部の応答加速度波形である。また、図9(a)はラケット単独の(ボールが接着されていない)場合のコンプライアンス、図9(b)はボール・ラケット複合系のコンプライアンスである。図9(b)には図9(a)にはみられない103 Hzの固有振動数が新たに現れた。ボールを接着してもフレームの固有振動数は変わっていない。図8(c)のフレーム応答の初期に現れた振動はストリングス面でボールがフレームと反対方向に往復する103 Hzの振動モードであり、これが減衰した後(約2周期後)に現れた振動は約120 Hzのフレーム2節曲げ振動である。

また、紙面の都合で省略するが、質量がほぼ等しく、フレーム剛性が約4倍のラケットについて同様の実験を行ったところ、ストリングス面でボールが上下する振動数は同じであった。すなわち、ストリングス面の中央に接着した状態でボールが上下する振動数には、フレーム剛性は影響しないことになる。前報<sup>(1)</sup>に示したように、実際のボールとラケットの衝突実験においても、フレーム剛性は接触時間にほとんど影響しない。したがって、接触時間に関しては、フレーム剛性、あるいはフレーム振動の影響を無視して質量分布のみを考慮すればよいことになる。3.5節で述べるように、接触時



(a) ラケット単独の場合



(b) ボール・ラケット複合系

図9 ボール・ラケット複合系の伝達関数

間がフレーム剛性に依存しないと仮定すると、近似非線形衝突解析が可能になる。

**3.3 手で支持したラケットとボールの接触時間についての考察** いま、剛体フレームをもつ静止ラケットにボールが速度  $V_{Bo}$  で正面衝突するとし、ラケットがグリップ位置まわりに回転すると仮定すれば、ラケット支点(グリップ位置)と打撃点の距離を  $L_A$ 、ラケット支点まわりの慣性モーメントを  $I_A (= M_R k_A^2)$ 、 $M_R$ : ラケット質量、 $k_A$ : 回転半径)、衝突直後の角速度を  $\omega$  とし、グリップ支点に関する角運動量保存則を適用すれば

$$m_B V_{Bo} L_A = m_B V_B L_A + I_A \omega \quad \dots\dots\dots (1)$$

と書ける。さらに幾何学的関係からラケットの衝突点の衝突後の速度  $V_R$  は、

$$V_R = \omega L_A \quad \dots\dots\dots (2)$$

と表せる。式(1)、(2)から  $\omega$  を消去すると、

$$m_B V_{Bo} = m_B V_B + (I_A / L_A^2) V_R \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここで

$$M_r = I_A / L_A^2 = M_R k_A^2 / L_A^2 \quad \dots\dots\dots (4)$$

とおくと、式(3)は、

$$m_B V_{Bo} = m_B V_B + M_r V_R \quad \dots\dots\dots (5)$$

と書ける。式(4)で表される  $M_r$  は、グリップ位置まわりに回転するラケットの衝突点に換算した質量とみなすことができる。

グリップ端から 70 mm(標準的な握りの手の中心位置)を支点としてラケットが回転する場合とグリップ自由の場合の換算質量の計算結果<sup>(11)(17)</sup> は、ストリング面先端の衝突において多少異なるが、通常の打撃領域ではほとんど差異がない。

3.2 節で述べたように、ボールがストリングスに接触した状態でのボール・ラケット系の基本振動周期の 1/2 が衝突における接触時間に相当すると仮定すると、衝突における接触時間はラケットの換算質量に依存す

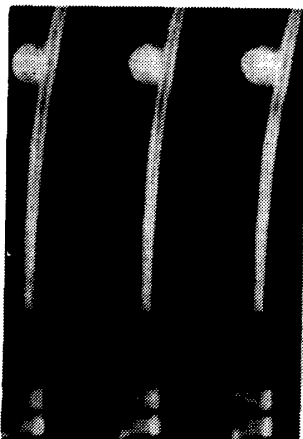


図 10 ラケットにボールが衝突したときのボールの変形

ることになる。3.1 節において、手持ちの場合とグリップ自由の場合の接触時間の実測値に差異がほとんどない理由は、両者の換算質量に大きな差異がないからであると考えられる。

**3.4 ボールとストリングスの 1 自由度モデルと衝突解析の方針** ストリング面に衝突したときのボールは、図 10 の高速ビデオ写真にみられるように、ストリングスと接触している片側のみ主に変形しているように見える。この事実に着目して、中心に質量を集中させたボールがストリングスに接触する片側だけ変形すると仮定し、ボールおよびボール・ストリングス複合系の荷重と変形量の実測値に基づいて、ボールの復原力特性  $F_B$ 、ストリングスの復原力特性  $F_C$ 、ボール・ストリングス複合系の復原力特性  $F_{CB}$  を最小二乗近似により求め、さらに復原力  $F_C$ 、 $F_B$ 、 $F_{CB}$  の変位  $X$  に関する式を微分して非線形ばね剛性  $K_C$ 、 $K_B$ 、 $K_{CB}$  を変位の関数としてまず求めておく<sup>(11)</sup>。

次に、ボールとストリングスの衝突におけるエネルギー損失は、ストリングス周りのラケット・ヘッドを固定してボールをストリングスに衝突させた場合の反発係数(ボールの跳ね返り速度/入射速度)  $e_{BC}$  として考慮する。実測値  $e_{BC}$  は、通常のプレイにおける衝突速度の範囲では、ストリングス張力と衝突速度にほとんど依存せず、フレーム素材の違いによる差異もほとんどない<sup>(11)(17)</sup>。

3.3 節の考察に基づいて手でグリップを握った場合のグリップ部をピン結合と仮定し、ラケットの打撃点に換算した換算質量  $M_r$  を導入して上記の反発係数  $e_{BC}$  を使うと、ボール・ストリングス複合系の非線形ばね  $K_{CB}$  を介して、重心に質量  $m_B$  をもつボールと換算質量  $M_r$  のラケットとが衝突するとして解析することができる<sup>(11)(17)</sup>。すなわち、大変形(非線形)を伴うボールとストリングスの衝突諸量の解析は、3.5 節に述べるように、剛体フレームを仮定して 1 自由度モデルにより近似解析し、振幅の小さいラケット・フレームの振動解析は、4 章に示すように、線形系として実験的に同定したラケットの振動モデルに近似衝突解析から求めた衝突力を適用するのである。

**3.5 衝突力と接触時間の近似非線形解析** グリップを手で支えたラケットと質量  $m_B$  のボールが、打点速度  $V_{Ro}$ 、ボール速度  $V_{Bo}$  で衝突すると考える。ラケット・ヘッドを固定したときの反発係数  $e_{BC}$ (ボールとストリングスのエネルギー損失に対応する)を用いてボールとラケットの衝突に運動量保存則を適用すると、ラケット・フレームの振動を無視したときの衝突後のボール速度  $V_B$  を求めることができる。したがっ

て、衝突における力積を

$$\int F(t)dt = m_B V_{Bo} - m_B V_B \dots\dots\dots(6)$$

から求めることができる。

ボールの質量  $m_B$ 、ボール・ストリングス複合系のばね剛性  $K_{CB}$  および打点に換算したラケットの換算質量  $M_r$  からなる系の固有周期の 1/2 を接触時間と仮定すると、接触時間は

$$T_c = \pi m_B^{1/2} / [K_{CB}(1 + m_B/M_r)]^{1/2} \dots\dots\dots(7)$$

のように書ける。ただし、ボール・ストリングス複合系のばね剛性  $K_{CB}$  は強い非線形であり、変形量あるいは衝突速度に依存して衝突のあいだ刻々と変化する<sup>(11)(15)</sup>。

解析を簡単にするために、衝突力の時間的変化過程は後に改めて考えることにして、ここでは接触時間  $T_c$  の間一定の等価的な衝突力  $F_{MEAN}$  を導入して式(6)の左辺を以下のように表す。

$$\int F(t)dt = F_{MEAN} \cdot T_c \dots\dots\dots(8)$$

式(6)、(7)、(8)から、衝突速度が与えられたときの  $F_{MEAN}$  とそれに対応するばね剛性  $K_{CB}$  の関係を以下のように求めることができる。

$$F_{MEAN} = (V_{Bo} - V_{Ro})(1 + e_{BC})m_B^{1/2} \times K_{CB}^{1/2} / \{\pi(1 + m_B/M_r)^{1/2}\} \dots\dots\dots(9)$$

ただし、今回の計算では静止ラケットにボールが衝突する場合を想定し、衝突前のラケット速度  $V_{Ro} = 0$  とした。

一方、実験的に求めた復原力特性から等価的力を複合ばね剛性の関数として以下のように表せる<sup>(11)</sup>。

$$F_{MEAN} = \text{func.}(K_{CB}) \dots\dots\dots(10)$$

式(9)、(10)から、衝突速度が与えられたときの等

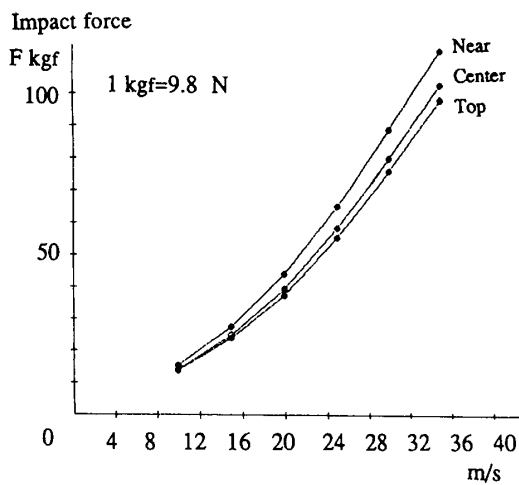


図 11 衝突速度と等価的衝突力の計算値 (手持ちラケット)

価的衝突力  $F_{MEAN}$  と  $K_{CB}$  が定まり、さらに式(7)から接触時間  $T_c$  も定まる。

図 11 と図 12 は、それぞれストリング面の先端、中心、根元側に衝突するボールの速度を変えたときの  $F_{MEAN}$  および  $T_c$  の計算結果の例である。

### 3・6 ラケット面に作用する衝突力波形の近似

ラケットの振動には、衝撃力の波形(時間的変化過程)が影響するから、力積  $\int F(t)dt = F_{MEAN} \cdot T_c$  の条件で、衝撃力波形を実測波形に近い図 13 左のような正弦半波パルス

$$F(t) = F_{MAX} \sin(\pi t/T_c) \quad (0 \leq t \leq T_c) \dots\dots(11)$$

で近似する。積分範囲は零から  $T_c$  までであり、衝突力の最大値  $F_{MAX}$  は  $F_{MAX} = \pi F_{MEAN}/2$  となる<sup>(15)</sup>。

## 4. 手で支持したラケット・フレームの振動振幅と反発係数の予測

### 4・1 手で支持したラケット・フレームの振動振幅

式(11)のフーリエ・スペクトル  $S(f)$  ( $f$ : 振動数 Hz) は図 13 右のようになる。周波数領域において、ラケットの  $k$  次の固有振動モード(固有振動数  $\omega_k = 2\pi f_k$ ) に対するラケット面上の点  $j$  における衝突力成分を  $S_j(\omega_k)$  と表すと、ラケット上の点  $i$  における  $k$  次モードの応答振幅成分  $X_{ijk}$  は、

$$X_{ijk} = r_{ijk} * S_j(\omega_k) = \frac{r_{i0k} * r_{0jk}}{r_{00k}} * S_j(\omega_k) \dots\dots(12)$$

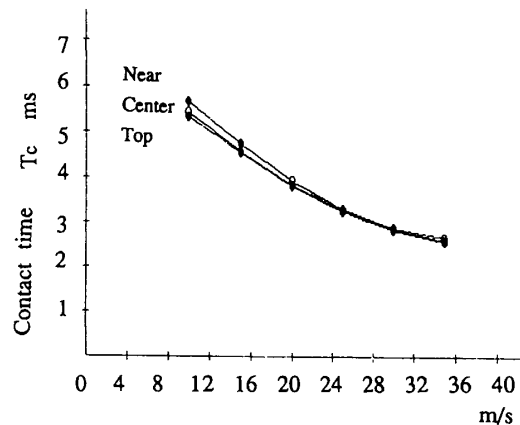


図 12 衝突速度と接触時間の計算値(手持ちラケット)

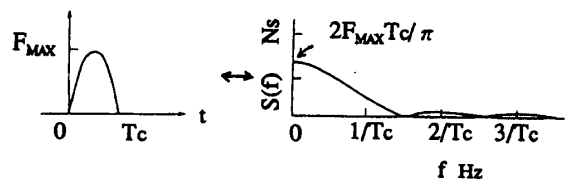


図 13 ボールとラケットの衝突力波形の近似とフーリエ・スペクトル

と近似できる<sup>(22)</sup>。ただし、 $r_{ijk}$ ：任意の点  $i$  と  $j$  の間の  $k$  次振動モードのレジデュア(留数)、 $r_{i0k}$ ：実験モード解析から得られたラケット上の打撃点  $i$  と固定された応答点(参照点)  $0$  の間の既知の留数、 $r_{j0k}$ ：( $=r_{j0k}$ ) 打撃点  $j$  と応答点  $0$  の間の既知の留数、 $r_{00k}$ ：参照点(ピックアップ部)  $0$  における既知の駆動点留数である。

図 14 は、(a) グリップ自由のラケットおよび (b) 手持ちラケットにボールが衝突したときの衝突直後の振動変位振幅(基本振動モードのみ)の予測結果である。ストリング面の極端な先端での衝突例であり、衝突速度が 10 m/s, 20 m/s, 30 m/s の場合について示している。グリップ手持ちの場合のほうがグリップ自由の場合よりフレーム先端部で振幅がやや大きい。両者の振動変位幅分布はよく似ている。紙面の都合で省略するが、ストリング面中心での衝突では両者とも振動振幅は小さい。図 15 は、衝突速度 30 m/s の場合について、振動数が低いほうから三つの振動モードを考慮して、グリップ自由の場合とグリップを手で握った場合の加速度振幅和<sup>(23)</sup>を比較したものである。両者

はよく似ている。

4.2 グリップを手で握ったラケットの反発性能

ボールとストリングスの瞬時の大変形によるエネルギー損失、ラケットの回転剛体運動によるエネルギー損失、フレームの振動によるエネルギー損失を考慮することにより、反発性能を予測することができる。グリップ自由のラケットにボールが衝突する場合の反発係数予測値は、空中に吊したラケットでの衝突実験結果によく一致する<sup>(15)</sup>。

図 16 は、グリップ自由の状態および手持ちの静止ラケットにボールが 20 m/s で衝突する場合の反発性能予測値である。この場合の反発性能は、ボールの反発速度と入射速度の比で表している。■印は手持ちラケットの場合、◆印はグリップ自由のラケットの場合、□印は手持ちであるが、ラケットの振動特性をグリップ自由で同定した場合である。□印と■印はほとんど重なっている。手持ちラケット(■印)のほうが、グリップ自由のラケット(◆印)よりストリング面先端側でやや反発がよいことを示している。

図 16 において、□印と■印との差異がほとんどな

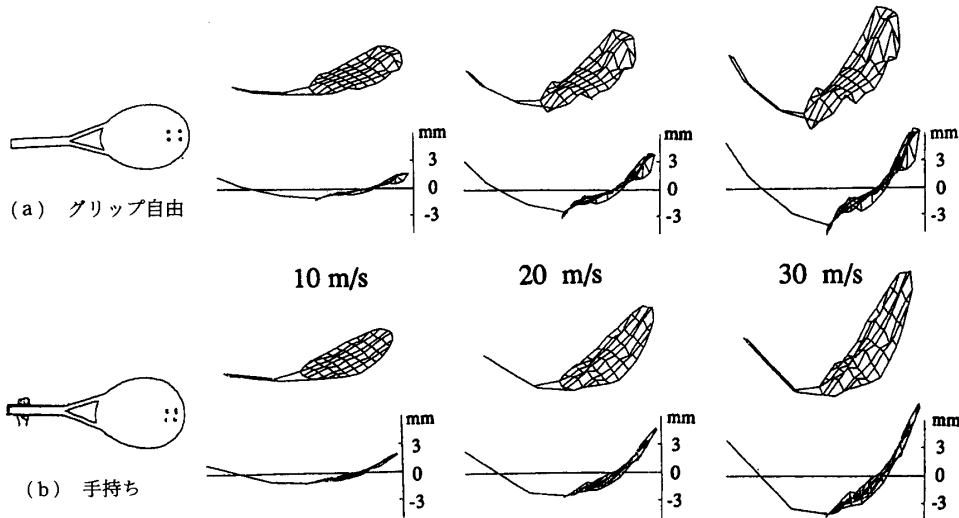


図 14 ボールが衝突したときのラケット・フレーム振動変位予測(基本振動モードのみ)

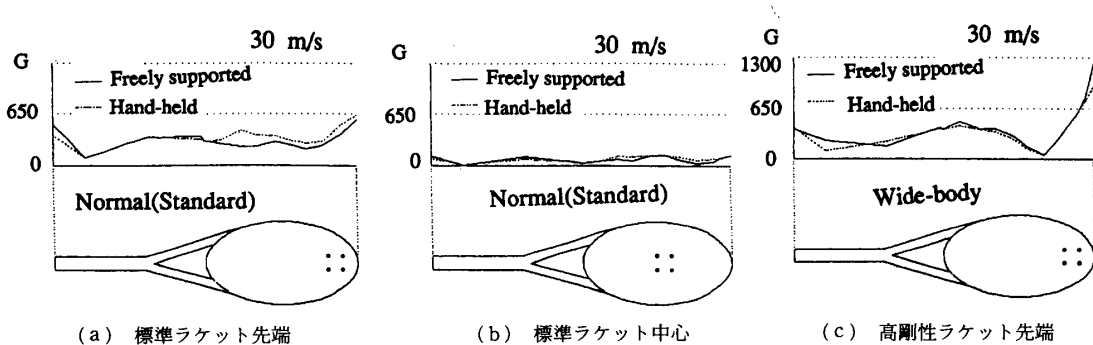


図 15 ボールが衝突したときのラケット・フレーム振動加速度振幅の予測(三次までのモードを考慮)

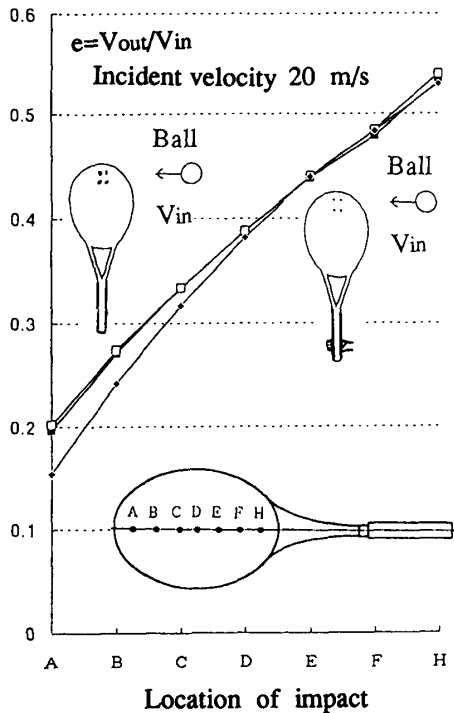


図 16 ボールの反発速度予測値(手持ちの場合とグリップ自由の場合の比較)

いということは、手持ちの場合のフレーム振動によるエネルギー損失評価のための振動特性の同定は、グリップ自由のラケットで置き換えても大きな差はないことを示しており、同定データを得るためのハンマリング実験において、ラケットを手で支え続けるという煩わしい作業を省くことができる。また、手持ちラケット(■印)がグリップ自由のラケット(◆印)よりストリング面先端側で反発がよいのは、□印と■印との差がほとんどないことから、手で支えたラケットのほうがグリップ自由のラケットよりストリング面先端側での換算質量が大きいことによることがわかる。

現実のスイングにおいては、ラケット速度は打点位置によって異なり<sup>(11)</sup>、インパクト後のボールの速度にはストロークの種類やプレイ・スタイルも関連するから、さらに身体運動を考慮した解析が必要である。

### 5. 結 論

主な結果を要約すると、以下のようになる。

(1) 手持ちラケットの固有振動数はグリップ自由のときに比べてわずかに低く、ハンドル上の振動の節の位置もわずかに移動するが、両者の振動モードはよく似ている。

(2) ストリング面のハンマリング実験によると、手持ちの場合とグリップ自由の場合の接触時間の差異

はほとんどない。

(3) ボール・ラケット複合系に実験モード解析を適用したところ、ボールとフレームがストリングスを狭んで押し・引きする振動モードが現れた。この振動モードの周期はフレーム剛性に依存しない。

(4) ボールとの衝突におけるラケットの振動振幅予測値は、手持ちの場合とグリップ自由の場合とで差は小さい。

(5) 反発性能の予測値は、手持ちラケットのほうがグリップ自由のラケットより先端側で反発がややよいことを示す。これは打点に換算したラケットの換算質量が大きいことによる。

(6) 手持ちの場合の反発性能に関するラケットの振動特性の同定は、グリップ自由のラケットで置き換えても大きな差はない。

終わりに、実験用ラケットと資料の提供をいただいたヤマハ(株)スポーツ事業部に厚くお礼申し上げる。また、日頃ご討論いただいている棚橋応用力学研究所・棚橋良次氏、(財)スポーツ医・科学研究所・友末亮三氏および日本スポーツ産業学会・スポーツ工学専門分科会の諸氏に深謝する。

### 文 献

- (1) Watanabe, T., Ikegami, Y. and Miyasita, M., *Medicine Sci. Sports*, **11** (1979), 359.
- (2) Baker, J. A. W. and Putnum, C. A., *Research Q.*, **50** (1979), 164.
- (3) Elliott, B. C., *Medicine Sci. Sports*, **14** (1982), 348.
- (4) Grabiner, M. D., Groppe, J. L. and Campbell, K. R., *Medicine Sci. Sports*, **15** (1983), 542.
- (5) Knudson, D. V., *J. Human Movement Studies*, **17** (1989), 1.
- (6) Groppe, J. L., ほか3名, *Int. J. Sport Biomech.*, **3** (1987), 142.
- (7) 川副, 機論, **56-526**, C (1990), 1511.
- (8) 松久・ほか3名, 機講論, No. 900-14 (1990-3), 12.
- (9) 高塚, D & D シンポジウム講論集, No. 920-55 (1992-7), 73.
- (10) 山口・大貫・岩壺, 機論, **58-551**, C (1992), 2165.
- (11) 川副, 機論, **58-552**, C (1992), 2467.
- (12) Kawazoe, Y., *Theo. Appl. Mech.*, **41** (1992), 3.
- (13) 川副, 機論, **59-558**, C (1993), 521.
- (14) 川副・友末, 機論, **59-560**, C (1992), 1001.
- (15) 川副, 機論, **59-562**, C (1993), 1678.
- (16) 川副・神田, 機論, **59-563**, C (1993), 2116.
- (17) 川副, スポーツ工学シンポジウム, No. 920-89 (1992-10), 74.
- (18) 長松, モード解析, (1985), 124, 273 培風館.
- (19) 川副, D & D 講演論文集, No. 900-44, A (1990-7), 79.
- (20) 川副, 68 期全国講論集, No. 900-59 (1990-9), 222.
- (21) 川副, D & D 講演論文集, No. 900-44, B (1990-7), 507.
- (22) 川副, 69 期全国講論集, No. 910-62 (1991-10), 187.
- (23) 川副, スポーツ工学シンポジウム, No. 930-69 (1993-11), 177.