

基本固有振動数設計を意識したテニスラケットの ボールの飛びと打球感に関する性能予測

Performance Prediction of Tennis Racket Based on
Fundamental Natural Frequency Design in terms of Power and Feel

○ 川副嘉彦(埼玉工大) 赤石武章(埼玉工大)
友末亮三(安田女大) 吉成啓子(白百合女大)

Yoshihiko KAWAZOE, Saitama Institute of Technology, 1690 Okabe, Saitama
Takeaki AKAISHI, Saitama Institute of Technology
Ryoso TOMOSUE, Yasuda Women's College
Keiko YOSHINARI, Shirayuri Women's College

The lightweight racket with head-heavy configuration is recent tendency of high-tech rackets, increasing power with an increasing racket swing speed. Racket frames as light as 200 grams have appeared in the market. However, the predicted results showed that the lightest racket at present in the market has advantageous for racket head speed, but disadvantageous for coefficient of restitution, rebound power, and post-impact velocity for ground stroke, and it has also large shock vibrations at the racket handle compared to the ordinary super-light weight racket. This means a limit to the weight lightening of tennis racket from the viewpoint of performance. The engineers and racket designers at the racket companies seem to be under intense pressure to keep pumping out new and better technologies every year. Recently a new type of racket designed for improving vibration control appeared in the market. Manufactures says this racket is based on the fundamental (1st) natural frequency design with the same type frame. This paper investigated the physical properties of the two types of racket with the design frequencies of 170 Hz and 150 Hz, predicting the performance in terms of the power and the shock vibrations of player's wrist joint. It is based on the experimental identification of the racket-arm dynamics and the simple nonlinear impact analysis. The result showed that the magnitude of the shock vibrations of racket with the design frequency of 150 Hz at the handle and the wrist joint is smaller particularly at the near side of strings face than that of racket with the design frequency of 170 Hz, while the racket power is almost the same.

Key Words: Dynamics of Machinery, Sports Engineering, Impact, Tennis Racket, Power, Coefficient of Restitution, Shock Vibration, Feel, Tennis Elbow, Wrist Joint, Vibration Control.

1. 緒言

最近のラケットの特長は軽量化であり、軽量化によりテニスラケットはパワーに関する性能を向上させてきたが、反発係数、反発特性、およびオフセンター・インパクトにおける手首関節の衝撃振動に関する軽量化の限界が明らかになった。一方、打球感の改善をめざした新しい発想・試みのラケットが次々と市販されるようになってきた⁽¹⁾⁻⁽⁷⁾。

本論文では、メーカー・カタログによるとバイプレーション・コントロール・シャフトを採用してフレームの最適な振動のみを伝えるという基本（一次）固有振動数設計を意識した2種類のラケット、すなわちV-CON20（設計目標振動数170Hz）とV-CON17（設計目標振動数150Hz）について、パワーと手に伝わる衝撃振動に関する性能を実験的同定に基づく衝突解析⁽¹⁾⁻⁽⁶⁾により求め、両者の違いを明らかにする。

2. ラケットとボールの実験的同定と衝突解析の概要

ボール・ストリングス系の非線形復原力特性は、圧縮試験における荷重-変位特性実測値から同定する。衝突におけるボールとストリングスのエネルギー損失は、ラケット・ヘッド固定でボールをストリングスに衝突させたときの反発係数実測値 e_{BG} を用いて求める。剛体特性は、重心まわり慣性モーメントと長手方向軸まわり慣性モーメントを実験的に算出し、打点に換算したラケット・腕系の換算質量 M_r として同定する。ラケットの振動特性は実験モード解析に基づいて同定し、線形性を仮定すれば、任意の打点 i に単位衝撃力が作用したときの応答点 j の k 次振動モード成分 r_{ijk} が求まる。ラケットの各打点に換算した換算質量 M_r を導入し、衝突速度に依存するボール・ストリングス複合系の等価ばね K_{GB} と 1 自由度振動モデルを図

1 のように仮定すると、フレーム振動を無視したときの衝突の力積波形が式(1) のように数値計算により得られる。ただし、時間を t 、衝突力の最大値を F_{MAX} 、接触時間を T_c とする。

$$F(t) = F_{MAX} \sin(\pi t / T_c) \quad (0 \leq t \leq T_c) \quad (1)$$

式(1)のフーリエ・スペクトルを $S(f)$ (f : 振動数 Hz) とすると、ラケット面上の点 j における衝突によるラケット上の点 i における k 次モードの応答振幅成分（固有振動数 f_k ） X_{ijk} は、以下のように近似できる。

$$X_{ijk} = r_{ijk} * S_j(f_k) \quad (2)$$

ボールとストリング面は4つのストリング交差点で接触するとし、式(2)から得られるフレーム振動の速度振幅分布とフレーム質量分布から、フレーム振動によるエネルギー損失 E_i が求まり、ボールとストリングスのエネルギー損失 E_B との和からボールとラケットの反発係数分布 e_r が求まる。反発係数 e_r を用いると衝突諸量が求まる。

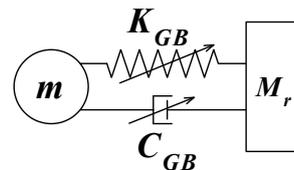


Fig.1 Non-linear Impact model of a ball-string system.

3. インパクトにおけるラケットと手首関節の衝撃振動の予測法⁽⁴⁾⁽⁵⁾⁽⁸⁾⁻⁽¹⁰⁾

図2 はプレイヤーがボールを打撃した瞬間に手に伝わる衝撃力を求めるためのモデルと手首関節の加速度予測位置を示す。ラケットと手首関節の衝撃振動波形を剛体運動成分と振動成分との合成により導く。腕系の衝撃振動はイ

ンパクトの瞬間には重力や筋力は衝突力にくらべて小さいとし、腕関節はピン結合として扱い、ハンドルの握りの位置と手首関節の位置の距離を無視し、肩関節に作用する力 S_3 は肩関節の速度には影響しないと仮定し、ボールとストリングスに作用する衝突力を S_0 、プレイヤーの手首関節 P_1 、肘関節 P_2 、肩関節 P_3 に作用する力をそれぞれ S_1 、 S_2 、 S_3 とすると、手首関節、肘関節、肩関節の衝撃力成分および衝撃加速度成分を求めることができる。手で支持したラケットの実験モード解析および実打実験の加速度実測波形から減衰を同定することにより、ラケット面上の任意の打点でボールと衝突したときのラケットの握りの位置の振動加速度成分を求めることができる。

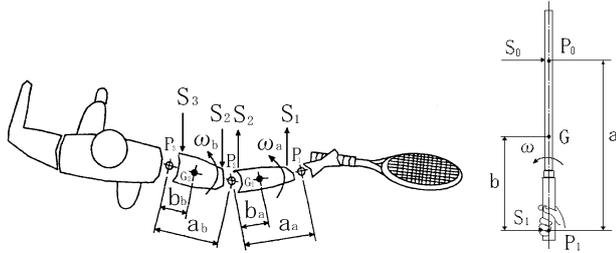


Fig.2 Model for the prediction of the shock force transmitted to the arm joint from a racket.

図3は、手首の位置と衝撃振動加速度の実測波形と予測波形の例、および実打実験状況を示す。

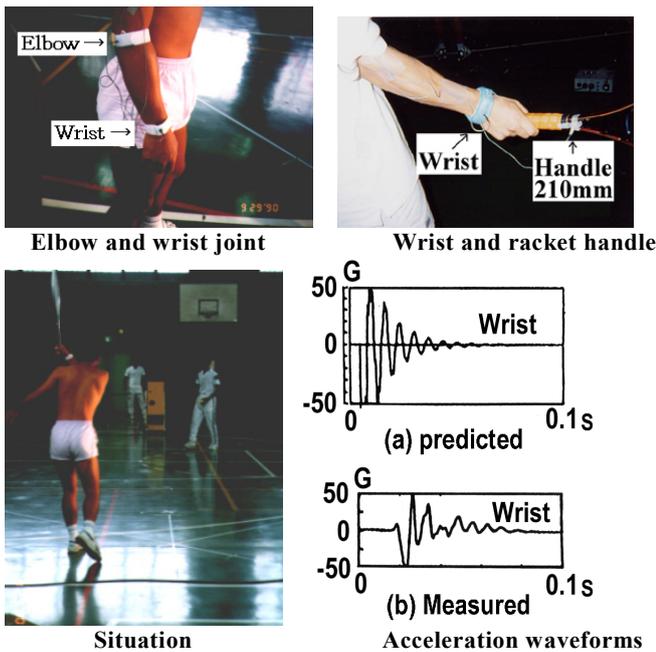


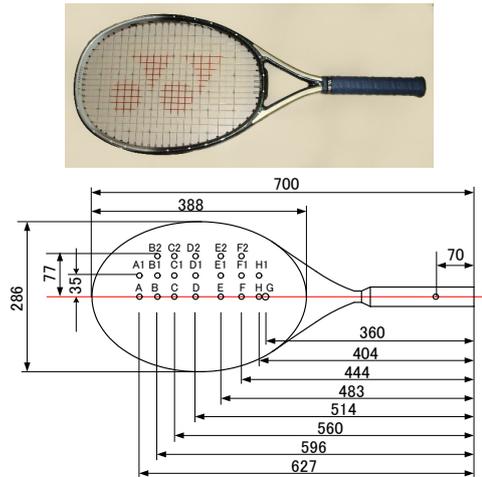
Fig.3 Predicted shock vibrations of a wrist joint compared with the experimental.

3. ラケットの物理特性

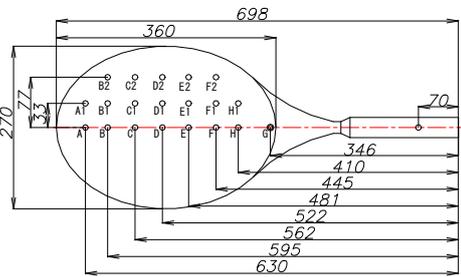
図4は、ラケットV-CON20（設計目標1次振動数170Hz）とV-CON17（設計目標1次振動数150Hz）である。表1に物理特性を示す。ラケット質量はストリングスの質量を含み、 I_{GR} は握りの位置（グリップ端から70mm）まわりの慣性モーメント、 I_{GX} は長手方向軸まわりの慣性モーメントである。図5は、宙ぶり状態でのラケット面の打撃位置に換算したラケットの換算質量 M_r （横軸はラケット面中心から長手方向の距離）を示す。両者は似た特性を示す。長手軸から外れたオフ・センター打撃点における換算質量および腕系を考慮した場合も同様に求まる(3)-(5)。

図6は、宙ぶりラケットの実験モード解析により同定し

た主要な固有振動数と振動モードであり、低い方からフレームの2節曲げ（1次）、2節ねじり、3節曲げ、ストリングスの膜振動1次を示す。測定値はやや目標振動数より



(a) Racket V-CON20 with 170 Hz



(b) Racket V-CON17 with 150 Hz

Fig.4 Rackets with the design frequencies.

Table 1 Physical property

| Racket | V-CON20 | V-CON17 |
|---|-----------------------|-----------------------|
| | Vibration Control | Vibration Control |
| Total length | 700 mm | 698 mm |
| Face area | 755 cm ² | 690 cm ² |
| Mass | 275g | 300g |
| Center of gravity from grip end | 360 mm | 346 mm |
| Moment of inertia I_{GY} about gravity center | 12.2 gm ² | 13.9 gm ² |
| Moment of inertia I_{GR} about grip | 35.3 gm ² | 36.7 gm ² |
| Moment of inertia I_{GX} about longitudinal | 2.049 gm ² | 1.537 gm ² |
| 1st frequency | 176 Hz | 161 Hz |
| Strings tension | 55lb | 55lb |
| Reduced mass (center) | 0.18 kg | 0.18 kg |

やや高めになっている (V-CON20 は 176 Hz, V-CON17 は 161 Hz) .

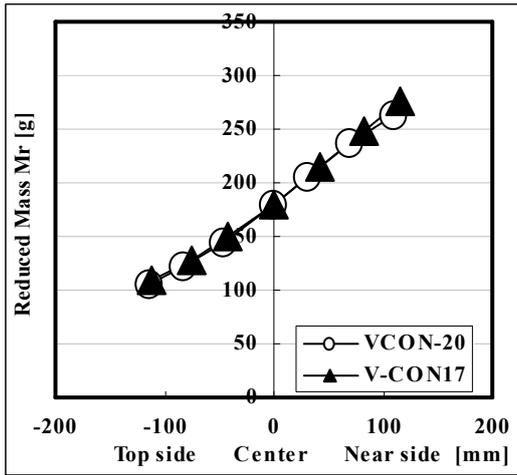


Fig.5 Reduced mass at hitting locations of freely suspended racket

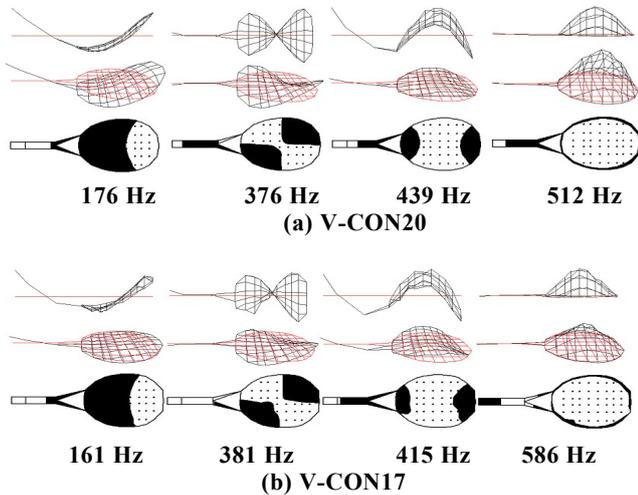


Fig.6 Experimentally identified vibration modes.

4. 反発係数

図7は、フォアハンド・ストロークを想定したスイング・モデルである。手首と肘の関節角度を一定に保って肩関節だけに一定の回転トルク N_S を与え、腕・ラケット系が肩関節まわりに $\pi/2$ 回転したところでボールとラケットが衝突する。図8は、競技者レベルのラリーを想定してインパクト直前のボール速度 $V_{B0} = 10 \text{ m/s}$ 、肩関節回転トルク $N_S = 56.9 \text{ Nm}$ を与えたグランド・ストロークの場合の反発係数 e_r の予測結果である。図9は、この場合のインパクト直前のラケット・ヘッド速度である。

5. ラケットの反発性の予測

静止ラケット ($V_{RO} = 0$) にボールを衝突させたときのボールの跳ね返り速度 V_B と入射速度 V_{B0} の比

$$e = -V_B/V_{B0} \quad (3)$$

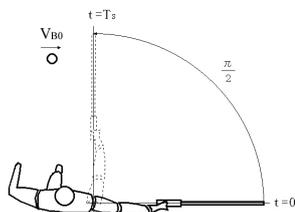
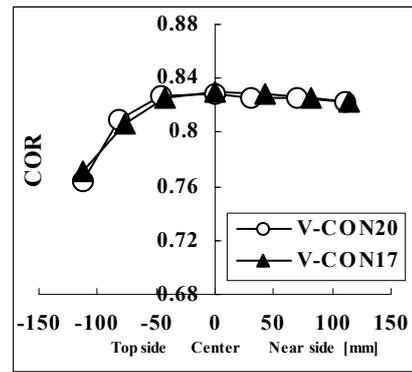
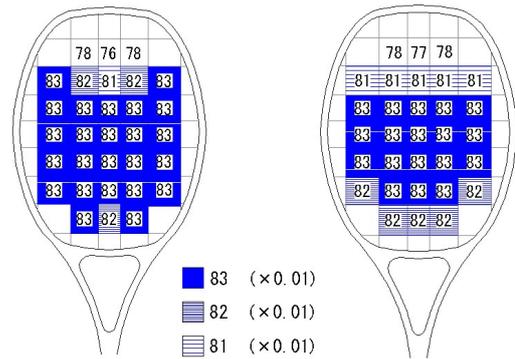


Fig.7 Player's forehand stroke swing model.



(a)



(b)

Fig.7 Predicted Restitution coefficient e_r ($N_S = 56.9 \text{ Nm}$, $V_{B0} = 10 \text{ m/s}$)

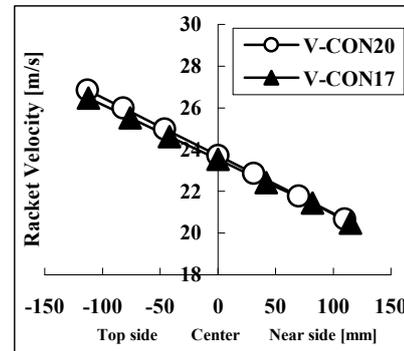


Fig.8 Predicted Pre-impact racket head velocity V_{RO} ($N_S = 56.9 \text{ Nm}$, $V_{B0} = 10 \text{ m/s}$)

を実測し、反発性能を評価することが多い。ラケットが静止していると見なしたときのボールの跳ね返り速度と入射速度との比である。この係数 e を本論文では反発力係数と呼ぶ。反発力係数 e は、ラケットでボールを打撃する場合は、インパクト直前のラケット・ヘッドの速度を V_{RO} 、衝突直前と直後のボール速度を V_{B0} 、 V_B とすると、

$$e = -(V_B - V_{RO})/(V_{B0} - V_{RO}) \quad (4)$$

と表せる。ボール質量を m_B とすると、

$$e = (e_r - m_B/Mr)/(1 + m_B/Mr) \quad (5)$$

のように求まる⁽¹⁾⁻⁽⁶⁾。図9は、ラケット面中心から長手方向の反発力係数 e の分布を示す。

6. ボールの飛び (打球速度) の予測

反発力係数 e を用いると、打球速度 V_B は以下のように書ける⁽¹⁾⁻⁽⁶⁾。ラケットのパワーは打球速度 V_B で評価する。

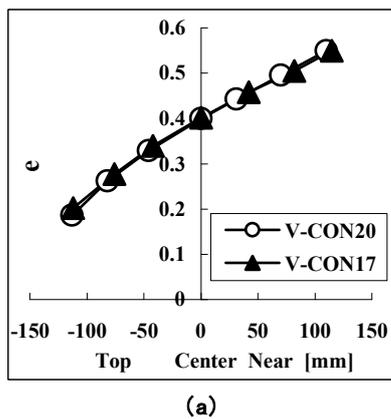


Fig.9 Rebound power coefficient e ($N_s = 56.9 \text{ Nm}$, $V_{B0} = 10 \text{ m/s}$)

$$V_B = -V_{B0} e + V_{R0} (1 + e) = (V_{B0} + V_{R0}) e + V_{R0} \quad (6)$$

図10は、ラケット面中心から長手方向に外れた場合のボールの飛び V_B を示す。図11は、パワー（打球速度 V_B ）に関するスイートエリアの予測結果を示す。

ラケットV-CON17（設計目標150 Hz）はV-CON20（設計目標170 Hz）にくらべて、ラケット速度がわずかに遅く、打球速度がわずかに低めであったが、ボールの飛びに関連する性能には大きな差はなかった。

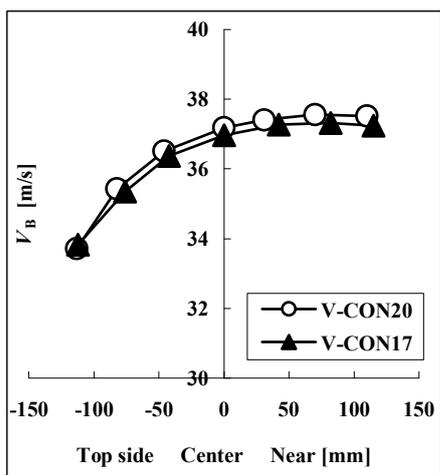
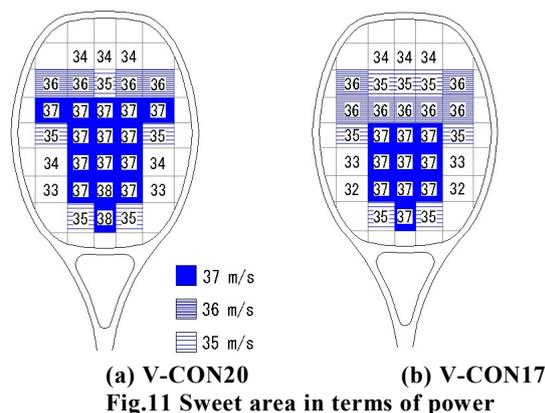


Fig.10 Predicted post-impact ball velocity V_B ($N_s = 56.9 \text{ Nm}$, $V_{B0} = 10 \text{ m/s}$, impact on the longitudinal axis).

7. 宙づりラケットにボールが衝突したときのハンドル衝撃振動の比較

図12は、宙づりラケットのハンドル（グリップ端から70 mm）の衝撃振動の予測波形である。ストリングス面上の各打点位置を英数字の打点名称で示している⁽¹⁾。衝撃振



動は、衝撃加速度成分と4次までの振動加速度成分の合成である。ボールとラケットの衝突速度は 30 m/s である。

図13は、衝撃振動波形のピーク値（波形のmaximumとminimum差、すなわち絶対値の和）の取り方を示す。図14は、宙づりラケットのハンドルの衝撃振動予測波形のピーク値である。ラケットV-CON17（設計目標150 Hz）はV-CON20（設計目標170 Hz）にくらべて、ハンドルの衝撃振動はストリング面全体の打点で小さい。図15は、ストリング面の先端側(B)、中心(D)、根元側(F)の打撃位置でのインパクトの瞬間の衝撃振動ピーク値である。

8. グランド・ストロークで打撃したときの手首関節の衝撃振動の予測

図16は、グランド・ストロークの場合のインパクトにおける手首関節の衝撃振動の予測波形の比較である。ボールとラケットの衝突速度は 30 ms^{-1} である。

図17は、手首関節・衝撃振動予測波形のピーク値である。ラケットV-CON17の衝撃振動はストリング面全体で小さく、ラケット面根元側で（あまり重要でないが）打撃したときの違いが大きい。図18はスイートエリアである。図19は、ストリング面の先端側(B)、中心(D)、根元側(F)の打撃位置でのインパクトの瞬間の衝撃振動ピーク値である。腕系の質量分布の影響により衝撃成分は小さい。腕系の減衰はインパクト直後の振動振幅ピーク値にはあまり効

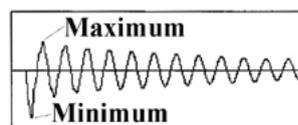


Fig.13 Peak-peak value.

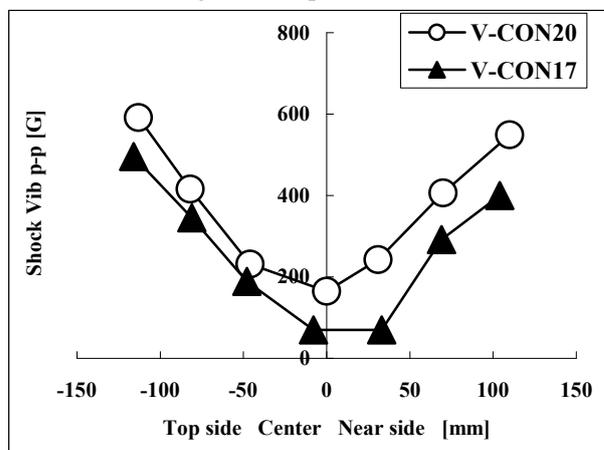
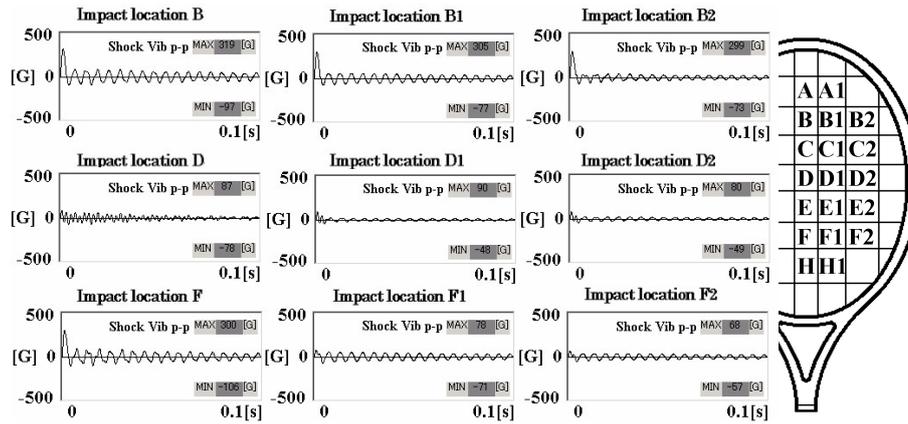
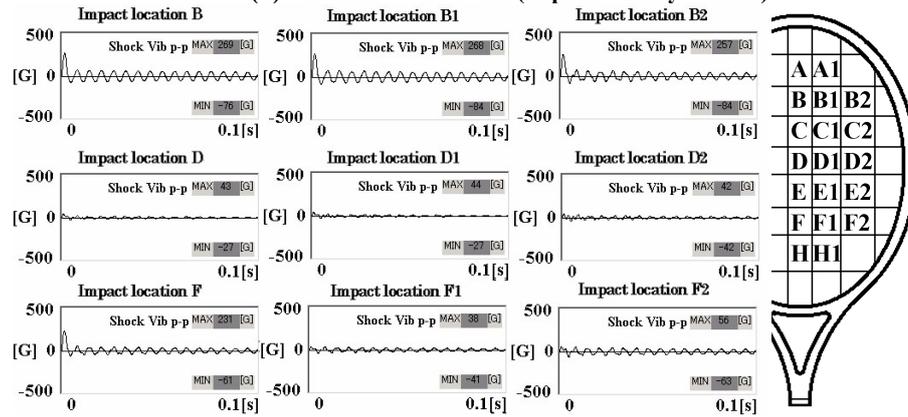


Fig.14 Predicted shock vibrations peak values at the handle of freely suspended rackets vs. impact locations of string face (impact velocity: 30 m/s).

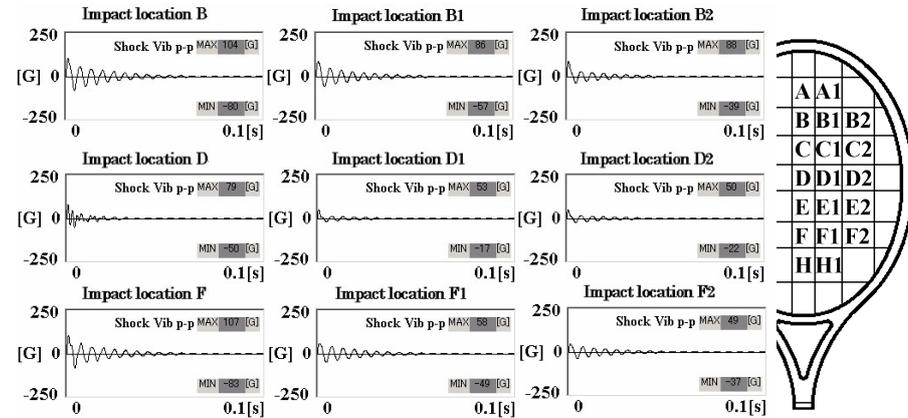


(a) Racket VCON-20 (impact velocity: 30 m/s)

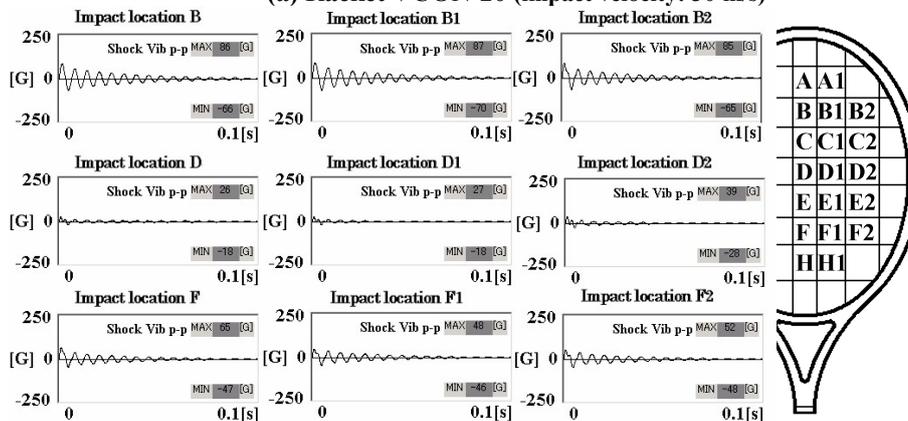


(b) Racket V-CON17 (impact velocity: 30 m/s)

Fig.12 Predicted shock vibrations at the grip 70 mm from the grip end when a ball strikes the freely suspended racket.



(a) Racket VCON-20 (impact velocity: 30 m/s)



(b) Racket V-CON17 (impact velocity: 30 m/s)

Fig.16 Predicted shock vibrations at the wrist joint when hitting a ball with flat forehand drive at the various impact locations of racket face.

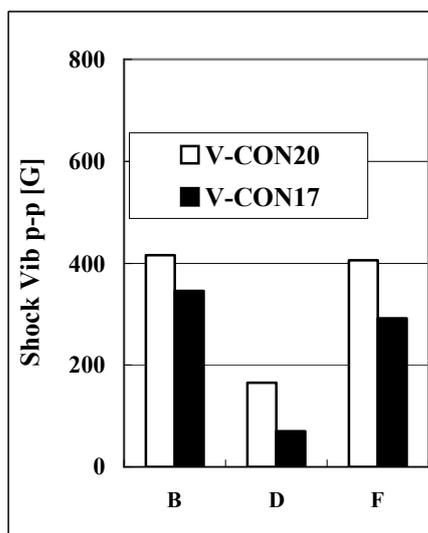


Fig.15 Predicted magnitude of shock vibrations at the handle of freely suspended rackets vs. impact locations.

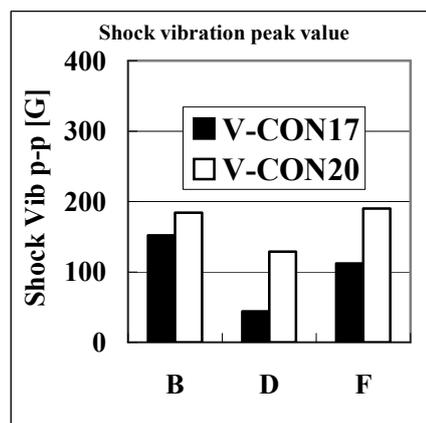


Fig.19 Predicted shock vibrations components at the wrist joint vs. representative impact locations of string face (impact velocity: 30 m/s).

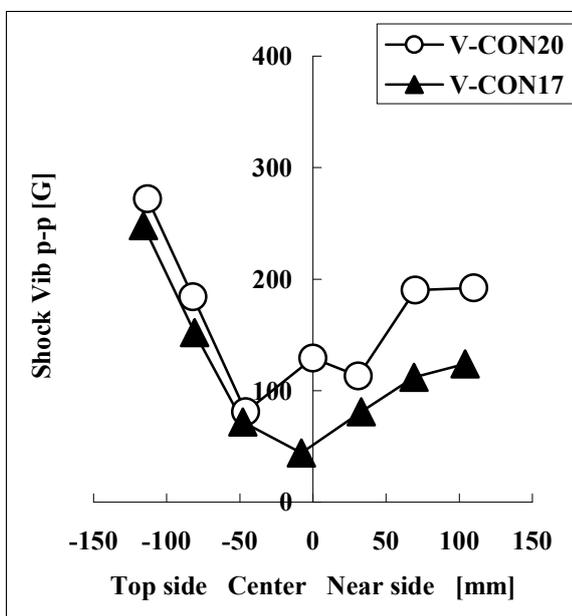
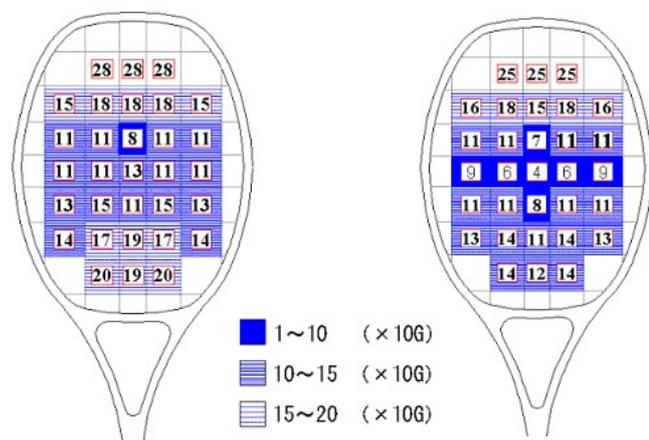


Fig.17 Predicted shock vibrations at the wrist joint when hitting a ball with flat forehand drive at the various impact locations of racket face (impact: 30 ms⁻¹)



(a) V-CON20 (b) V-CON17
Fig.18 Sweet area in terms of magnitude of wrist shock vibrations.

果がない。ラケット面先端側で打撃したときの手首関節の振動成分が大きい。

9. 結論

メーカー・カタログによるとパイブレーション・コントロール・シャフトを採用してフレームの快適な振動のみを伝えるという基本固有振動数設計を意識した2種類のラケット、すなわちV-CON20（設計目標振動数170Hz）とV-CON17（設計目標振動数150Hz）について、パワーと手に伝わる衝撃振動に関する性能を実験的同定に基づく衝突解析により求め、両者の違いを明らかにした。

すなわち、V-CON17（設計目標150Hz）はV-CON20（設計目標170Hz）に比べて、打球速度（パワー）には大きな違いはないが、ラケット・グリップと手首関節の衝撃振動は、特にラケット面手前側の打撃において低減する。ただし、実際のプレーにおいて重要な先端側打撃での衝撃振動低減に改良の余地がある。

終わりに、計算・図表作成にご助力いただいた2004年度卒研 石津秀隆・岩館崇広・皆川真治の諸君に感謝する。なお、本研究の一部は平成15年度科学研究費基盤研究(B)、平成16年度科学研究費基盤研究(C)および埼玉工業大学ハイテクリサーチセンターの援助によって行われたことを付記する。

文献

- (1) Y. Kawazoe, *Theoretical and Applied Mechanics*, 41, pp.3-13. (1992).
- (2) Y. Kawazoe, *Theoretical and Applied Mechanics*, 42, pp.197-208. (1993).
- (3) Y. Kawazoe, *Theoretical and Applied Mechanics*, 43, pp.223-232. (1994).
- (4) Y. Kawazoe, *Theoretical and Applied Mechanics*, 46, 165-176. (1997).
- (5) KAWAZOE, Y., *Theoretical and Applied Mechanics*, Vol.49, (2000), pp.11-19.
- (6) KAWAZOE, Y., *Theoretical and Applied Mechanics Japan*, Vol.51, (2002), pp.177-187.
- (7) 川副嘉彦, *バイオメカニクス研究*, 7-2, (2003), pp.136-151.
- (8) Kawazoe, Y., Tomosue, R., Yoshinari, K. and Casolo, F. (2003), *Tennis Science & Technology* 2, 105-112. ITF.
- (9) Y. Kawazoe, R. Tanahashi and F. Casolo, (2003), *Tennis Science & Technology* 2, .61-69. ITF.
- (10) Y. Kawazoe, F. Casolo, R. Tomosue & K. Yoshinari, *The engineering of Sport 5*, Vol.1, 393-399. ISEA, (2004).