# A25 テニスラケットのエネルギ損失と反発係数におよぼす フレーム面内フープ振動の影響

# Effect of Racket Frame In-Plane Hoop Vibrations on the Coefficient of Restitution and Energy Losses in Tennis Rackets

# 正 川副嘉彦(埼玉エ大)

Yoshihiko KAWAZOE, Saitama Institute of Technology, Fusaiji 1690, Fukaya-si, Saitama

Engineering technology has advanced to enable manufacturers to discover and synthesize new materials and new design with sport equipment. There are rackets of all compositions, sizes, weights, shapes and string tension. At the current stage, very specific designs are targeted to match the physical and technical levels of each user. However, ball and racket impact in tennis is an instantaneous phenomenon creating vibrations and large deformations of ball/strings in the racket. The problem is further complicated by the involvement of humans in the actual strokes. Therefore, there are many unknown factors involved in the mechanisms explaining how the specifications and physical properties of the high-tech rackets influence the racket capabilities. This study investigated the physical properties of various high-tech rackets, predicting racket performance in terms of the coefficient of restitution, the rebound power coefficient and the post-impact ball velocity. The coefficient of restitution  $e_r(COR)$  can be derived considering the energy loss  $E_1$  due to racket vibrations and  $E_2$  due to large deformations of a ball and strings corresponding to the coefficient  $e_{BG}$ . It is based on the experimental identification of the racket dynamics and the approximate nonlinear impact analysis with a simple forehand swing model. Furthermore, it studied the effect of racket frame in-plane hoop vibrations on the coefficient of restitution and the energy losses in tennis rackets, which has been left unknowns for a long time.

Key Words: Dynamics of Machinery, Sports Engineering, Impact, Tennis Racket, Power, Coefficient of Restitution, Energy Losses, Vibrations, In-Plane Hoop Vibrations, Experimental Modal Analysis

#### 1. 緒言

テニスのインパクトにおける主要なエネルギ損失は,ボ ールとストリングスの大変形によるものとラケットのフレ ーム振動によるものであり,ラケットとボールの反発係数 はこれらのエネルギ損失から求めることが出来る[1]-[7]. その際,ラケット・フレームの面外曲げ振動や捻り振動の ほかにフープ振動と呼ばれるフレーム面内振動の存在の可 能性が従来から指摘されていたが,実験モード解析が困難 なために測定されなかった.本論文では,5種類のラケッ トのフレーム面内フープ振動を測定し,ボールとラケット の反発係数におよぼす影響について考察する.

#### 2. ラケットとボールの実験的同定と衝突解析の概要

ボール・ストリングス系の非線形復原力特性は、圧縮試 験における荷重-変位特性実測値から同定する. 衝突にお けるボールとストリングスのエネルギ損失は、ラケット・ ヘッド固定でボールをストリングスに衝突させたときの反 発係数実測値eBGを用いて求める. 剛体特性は、重心まわ り慣性モーメントと長手方向軸まわり慣性モーメントを実 験的に算出し、打点に換算したラケット・腕系の換算質量 Mrとして同定する. ラケットの振動特性は実験モード解 析に基づいて同定し、線形性を仮定すれば、任意の打点 i に単位衝撃力が作用したときの応答点jのk次振動モード成 分rijkが求まる. ラケットの各打点に換算した換算質量Mr を導入し、衝突速度に依存するボール・ストリングス複合 系の等価ばねKGBと1自由度振動モデルをFig.1のように仮 定すると、フレーム振動を無視したときの衝突の力積波形 が式(1)のように数値計算により得られる.ただし、時間 をt, 衝突力の最大値をFMAX, 接触時間をTcとする.

### $F(t) = F_{\text{MAX}} \sin(\pi t/T_c) \left( \mathbf{0} \leq t \leq T_c \right)$ (1)

式(1)のフーリエ・スペクトルをS(f) (f:振動数Hz) とする と、ラケット面上の点 jにおける衝突によるラケット上の 点 i における k次モードの応答振幅成分(固有振動数  $f_k$ )  $X_{ijk}$  は、以下のように近似できる. X11k=r11k\*S1(fk) (2) ボールとストリング面は4つのストリング交差点で接触す るとし,式(2)から得られるフレーム振動の速度振幅分布 とフレーム質量分布から,フレーム振動によるエネルギ損 失E1が求まり,ボールとストリングスのエネルギ損失E2 との和からボールとラケットの反発係数分布 e1が求まる. 反発係数 e1を用いると衝突諸量が求まる[1]-[7].





#### 3. ラケットの物理特性とフレーム面外振動

バイブレーション・コントロール・シャフトを採用して フレームの快適な振動のみを伝えるとメーカー・カタログ に記載の2種類のラケットV-CON20(設計目標振動数170 Hz)とV-CON17(設計目標振動数150 Hz)について,4次 までの面外振動のみを考慮して実験的同定に基づく衝突解 析[1]-[7]により反発係数および関連性能を求めた[8].

Fig.2は、ラケットV-CON20(設計目標1次振動数170 Hz) とV-CON17(設計目標1次振動数150 Hz)である. 表1に物理特性を示す. ラケット質量はストリングスの質 量を含み、 $I_{GR}$ は握りの位置(グリップ端から70mm)まわ りの慣性モーメント、 $I_{GX}$ は長手方向軸まわりの慣性モー メントである.

Fig.3は、宙づり状態でのラケット面の打撃位置に換算し たラケットの換算質量Mr( 横軸はラケット面中心から長 手方向の距離)を示す.両者は似た特性を示す.長手軸か ら外れたオフ・センター打撃点における換算質量および腕 系を考慮した場合も同様に求まる<sup>(3)-(5)</sup>.

Fig.4は、宙づりラケットの実験モード解析により同定した主要な固有振動数と振動モードであり、低い方からフレ

日本機械学会[No.06-35]シンポジウム講演論文集

['06-11-9~11,金沢,ジョイント・シンポジウム2006 (スポーツ工学シンポジウム) (シンポジウム:ヒューマン・ダイナミクス)]







(b) Racket V-CON17 with 150 Hz Fig.2 Rackets with the design frequencies.

ームの2節曲げ(1次),2節ねじり,3節曲げ,ストリ ングスの膜振動1次を示す.測定値は,V-CON20は176 Hz, V-CON17は161 Hzであり,メーカー目標振動数よりやや高 めになっている.

# Table 1 Physical property

Baalvot	V-CON20	V-CON17	
KatKet	Vibration Control	Vibration Control	
Total length	700 mm	698 mm	
Face area	$755~{\rm cm}^2$	$690 \text{ cm}^2$	
Mass	275g	300g	
Center of gravity from grip end	360 mm	346 mm	
Moment of intertia <i>I <sub>GY</sub></i> about gravity center	$12.2 \text{ gm}^2$	$13.9~\mathrm{gm}^2$	
Moment of intertia I <sub>GR</sub> about grip	$35.3~{ m gm}^2$	$36.7~{ m gm}^2$	
Moment of intertia I <sub>GX</sub> about longitudinal	$2.049~{ m gm}^2$	$1.537~{ m gm}^2$	
1st frequency	176 Hz	161 Hz	
Strings tension	55lb	55lb	
Reduced mass (center)	0.18 kg	0.18 kg	







#### 4. ボールとラケットの反発係数

**Fig.5**は、フォアハンド・ストロークを想定したスイン グ・モデルである.手首と肘の関節角度を一定に保って肩 関節だけに一定の回転トルク $N_S$ を与え、腕・ラケット系が 肩関節まわりに  $\pi/2$ 回転したところでボールとラケットが 衝突する.**Fig.6**は、競技者レベルのラリーを想定してイン パクト直前のボール速度 $V_{Bo}$ = 10 m/s 、肩関節回転トルク  $N_S$ = 56.9 Nmを与えたグランド・ストロークの場合の反発 係数  $e_r$ の予測結果である.**Fig.7**は、この場合のインパ クト直前のラケット・ヘッド速度である.

# 5. ラケットの反発性の予測

静止ラケット ( $V_{RO}=0$ ) にボールを衝突させたときのボ ールの跳ね返り速度 $V_B$ と入射速度 $V_{BO}$ の比



Fig.5 Player's forehand stroke swing model.



Fig.6 Predicted Restitution coefficient  $\ell r$  (Ns = 56.9Nm,  $V_{B0} = 10$ m/s)

$$e = -V_B / V_{BO} \tag{3}$$

を実測し、反発性能を評価することが多い、ラケットが静止していると見なしたときのボールの跳ね返り速度と入射速度との比である、この係数 e を本論文では反発力係数と呼ぶ、反発力係数 e は、ラケットでボールを打撃する場合は、インパクト直前のラケット・ヘッドの速度を $V_{\text{RO}}$ 、衝突直前と直後のボール速度を $V_{\text{BO}}$ 、 $V_{\text{B}}$ とすると、

 $e = -(V_{\rm B} - V_{\rm RO})/(V_{\rm BO} - V_{\rm RO})$  (4) と表せる. ボール質量をm<sub>B</sub>とすると,

e = (e<sub>r</sub> - m<sub>B</sub>/Mr)/(1+m<sub>B</sub>/Mr) (5)
 のように求まる[1]-[6]. 図9は、ラケット面中心から長手方向の反発力係数eの分布を示す.



Fig.7 Predicted Pre-impact racket head velocity  $V_{Ro}$ (Ns= 56.9 Nm,  $V_{B0} = 10$ m/s)



Fig.8 Rebound power coefficient e (Ns= 56.9 Nm,  $V_{B\theta} = 10$ m/s)

# 6. ボールの飛び(打球速度)の予測

反発力係数eを用いると,打球速度V<sub>B</sub>は以下のように 書ける[1]-[6]. ラケットのパワーは打球速度V<sub>B</sub>で評価する.

$$V_B = -V_{B0} e + V_{R0} (l + e)$$
  
= (V\_{B0} + V\_{R0}) e + V\_{R0} (6)

Fig.9は、ラケット面中心から長手方向に外れた場合の ボールの飛び $V_{\rm B}$ を示す.Fig.10は、パワー(打球速度 $V_{\rm B}$ ) に関するスイートエリアの予測結果を示す.ラケットV-CON17(設計目標150 Hz)はV-CON20(設計目標170 Hz) にくらべて、ラケット速度がわずかに遅く、打球速度がわ ずかに低めであるが、ボールの飛びに関連する性能には大 きな差はない.



F ig.9 Predicted post-impact ball velocity  $V_{\rm B}$  (Ns = 56.9Nm,  $V_{\rm BO}$  = 10m/s, impact on the longitudinal axis).



## 7. ラケット・フレーム面内振動の測定

フレーム面外振動モードとは別にフープ振動と呼ばれる 面内振動モード(Fig. 11)について実験を行った. Fig.12と Fig.13は、それぞれ面外振動測定と面内振動測定における 加速度計の取り付け位置とハンマリング打撃方向を示す. Fig.14(a)(b)は、ラケットV-CON17の面外方向に取り付けた 加速度計と面内に取り付けた加速度計を用いてフレーム打 撃において算出したボード線図である. Fig.14(a)から、1 次2節曲げ161 Hz、2次2節曲ねじり386 Hz、3次3節曲げ 415 Hzが読み取れる. Fig.14(b)から、1次2節曲げ161 Hzと2 次2節曲ねじり386 Hzの間に、フレーム面内振動 198 Hz が読み取れる.

加速度計1個では正しいモード形状は得られないので, 種類の異なる種々のラケット(Fig.15, Table 2) についても 同様の測定を行った. Fig.16は,その結果であり,どのラ ケットの固有振動数もフレーム面内振動が1次2節曲げ振動 より少し高いところにあることを示しており,1次振動とと もに反発係数に影響する主要な振動ということになる.

# 8. 反発係数に影響するエネルギ損失成分とフレーム面内 振動の影響

Fig.17は, Fig.6においてフレームの1次2節曲げ, 2次2節 曲ねじり, 3次3節曲げおよびストリングスの膜振動を考慮 して導いた反発係数について, フレーム振動によるエネル



Fig.11 Mode shape of an in-plane hoop vibration of racket frame.





(b) Hammering Fig.12 Measurement of out-of-plane vibration mode.







(a) Out of-plane vibration mode.



(b) In-plane vibration mode. Fig.14 Measured frequency response functions

ギ損失 $E_1$ とボールとストリングスのエネルギ損失 $E_2$ の全 エネルギ損失  $E(=E_1+E_2)$ に対する比を示す.全エネル ギ損失 Eがボールとラケットの反発係数分布  $e_r$ に対応する.

エネルギ損失に対応する反発係数に最も影響するのはボ ールがつぶれる時の減衰であり、フレーム振動によるエネ ルギ損失は、ラケット面中心周りのかなり広い範囲で小さ く、ラケット面の極端な先端でも全エネルギ損失の25%程 度である.

また,フレーム振動によるエネルギ損失のほとんどは1 次2節曲げ振動成分である.

したがって、フレーム面内振動を考慮すると、反発係数 は、ラケット面の先端部分では従来より低めに出るが、ラ ケット面中心周りのかなり広い範囲ではあまり影響しない ということになる.

#### 9. 結論

ラケット・フレームの面外曲げ振動や捻り振動のほかに フープ振動と呼ばれるフレーム面内振動の存在の可能性が 従来から指摘されていたが,実験的な困難さのために測定 されなかった.本論文では,5種類のラケットのフレーム 面内フープ振動を測定し,ボールとラケットの反発係数に およぼす影響について考察した.





(b) MP-1



(c) Roller2.6





(e) Vcon17 Fig.15 Tested rackets.

エネルギ損失に対応する反発係数に最も影響するのはボ ールがつぶれる時の減衰であり、フレーム振動によるエネ ルギ損失は、ラケット面中心周りのかなり広い範囲で小さ く、ラケット面の極端な先端でも全エネルギ損失の25%程 度である.

また,フレーム振動によるエネルギ損失のほとんどは1 次2節曲げ振動成分である.

したがって、フレーム面内振動を考慮すると、反発係数 は、ラケット面の先端部分では従来より低めに出るが、ラ ケット面中心周りのかなり広い範囲ではあまり影響しない ということになる.

終わりに,計算・図表作成にご助力いただいた2004年度 卒研生 石津秀隆・岩舘崇広・皆川真治および2005年度・ 赤石武章の諸君に感謝する.なお,本研究の一部は平成15 年度科学研究費基盤研究(B),平成16年度科学研究費基盤 研究(C)および埼玉工業大学ハイテクリサーチセンターの 援助によって行われたことを付記する.

#### 文 献

(1) Y. Kawazoe, Impact Phenomena between Racket and Ball during Tennis Stroke, *Theoretical and Applied Mechanics*, 41, pp.3-13. (1992).

(2) Y. Kawazoe, Coefficient of Restitution between a Ball and a Tennis Racket, *Theoretical and Applied Mechanics*, 42, pp.197-208. (1993).

Racket	IS-10	MP-1	Rollers2.6	TSL	V-CON17
	Intellifiber	Muscle Power 1	Rollers	Super light	Vibration Control
Total Length	700mm	696mm	705mm	710 mm	698.5mm
Face size	740 cm2	581 cm2	742 cm2	742 cm2	690 cm2
Mass	241 g	310 g	268 g	224 g	300 g
String Tension	55 Ib	50 Ib	58/53 Ib	55 Ib	55 Ib
(11b = 4.45N)					
Face Center	512 mm	527 mm	520 mm	519 mm	501 mm
(From Grip End)					
Racket	382 mm	333 mm	363 mm	379 mm	345 mm
<b>Racket-Hand System</b>	131 mm	133 mm	132 mm	127 mm	134 mm
Gravity Center					
Shift	251 mm	200 mm	231 mm	252 mm	227 mm
about Gravity	11.2 gm2	14.9 gm2	13.2 gm2	11.0 gm2	13.73 gm2
Inertial Moment					
about Grip (70 mm)	36.7 gm2	36.4 gm2	36.2 gm2	32.4 gm2	36.42 gm2
Inertial Moment					
about Center line	1.511 gm2	0.954 gm2	1.499 gm2	1.210 gm2	1.383 gm2
Frame 1st Frequency	205Hz	146 Hz	205 Hz	200 Hz	161 Hz

 Table 2
 Measured physical properties 0f various rackets



Fig.16 Frequencies of main vibrations of various rackets.



**Fig.17** Energy loss  $E_1$  due to racket vibrations and  $E_2$  due to large deformations of a ball and strings, where total energy loss  $E (= E_1 + E_2)$  related to the coefficient of restitution  $e_r(COR)$ . of a ball and a racket. It is based on the experimental identification of the racket dynamics with a simple forehand swing model.

(3) Y. Kawazoe, Effects of String Pre-tension on Impact between Ball and Racket in Tennis, *Theoretical and Applied Mechanics*, 43, pp.223-232. (1994).

(4) Y. Kawazoe, Experimental Identification of Hand-held Tennis Racket Characteristics and Prediction of Rebound Ball Velocity at Impact, Theoretical and Applied Mechanics, 46, 165-176. (1997).

(5) KAWAZOE, Y., Mechanism of Tennis Racket Performance in terms of Feel, *Theoretical and Applied Mechanics*, Vol.49, (2000), pp.11-19.

(6) KAWAZOE, Y., Mechanism of High-Tech Tennis Rackets Performance*Theoretical and Applied Mechanics Japan*, Vol.51, (2002), pp.177-187.

(7) 川副嘉彦, (特集:素材とスポーツ)テニスラケットの素材・構造と性能, バイオメカニクス研究,7-2, (2003), pp.136-151.

[8] 川副嘉彦・赤石武章・友末亮三・吉成啓子,基本固有 振動数設計を意識したテニスラケットのボールの飛びと打 球感に関する性能予測,日本機械学会ジョイントシンポジ ウム講演論文集,No.05-16, (2005), pp.84 - 89.