

閉ループ機関調速機系の自励振動に関する研究*
(第1報, 1自由度線形近似による励振力の吟味)川 副 嘉 彦*¹Self-Excited Oscillation of a Closed-Engine-Governor Loop
(1st Report, Negative Damping Force of Linearly
Approximated Single-Degree-of-Freedom System)

Yoshihiko KAWAZOE

As a step toward explaining analytically the mechanism of limit cycle evolution, the present work derives a linearly approximated equation of a single degree of freedom of the closed-engine-governor loop, noting the phenomenon of very slow frequency while considering the results of the previous work. Further it gives a simple physical reasoning to the mechanism of the negative damping force which causes an instability, resulting from a concept of the dynamic feedback torque gain composing a static feedback torque gain and a virtual time constant depending on the phase relations between the feedback torque and the engine speed. Results show that there is energy input during a cycle when the dynamic feedback torque is larger than the inertial torque. This increases the amplitude, and the virtual time constant increases with increasing damping of the governing system due to the presence of a response lag of the speed-sensitive part in the governing system.

Key Words: Vibration, Self-Excited Oscillation, Hunting, Closed Loop, Engine, Governor, Governing, Negative Damping Force, Instability, Feedback Torque, Engine Speed Control

1. 序 論

圧縮点火機関において低速ハンチングとよばれる数ヘルツの遅い回転数変動が発生する(図1)。これは閉ループ機関調速機系の自励振動であり、非線形振動系に特有の現象である。したがって、大振幅のリミットサイクルが発生するかどうかを予測するには非線形解析が必要であるが、一般には2次系以外では振動の過程を追跡してみるしかない。著者⁽¹⁾は空気調速機について、微小振動からリミットサイクルが生まれる過程を計算機シミュレーションにより定量的に明らかにしたが、非線形現象としての解析的取扱いが未解決である。

一方、線形理論は平衡状態近傍における微小外乱の発振の徴候を知る手段にしかならないが、正しく線形近似すれば非線形リミットサイクルの形成過程の初期の状態を説明できるはずであり、この線形近似系を基にして非線形特性を考慮すれば、微小不安定振動が大振幅のリミットサイクルに至るかどうか説明できるはずである。調速機の自励振動に関しては広く振動学

の教科書に載っているが、すべて蒸気機関調速機の微小不安定の例であり、それによると調速機系の減衰係数を大きくすると閉ループ系は安定化する。しかし、空気調速機に関する研究⁽²⁾⁽³⁾によると調速機系の減衰を大きくすると振幅の成長率はむしろ大きくなる。また最近では電子燃料噴射式のガソリン機関についてもハンチングが問題になっており⁽⁴⁾⁻⁽⁶⁾、これまで多くの研究⁽¹⁾⁻⁽²¹⁾がなされてきたにもかかわらず、自動車機関のハンチング現象は未解決である。

この閉ループ系の自励振動は、機関系と調速機系の相互作用が機関の定常トルクをエネルギー源として不安定をつくりだす現象であろうが、微小振動の不安定に関しても見通しのよい説明はないようである。

この報告では、閉ループ機関調速機系の自励振動の

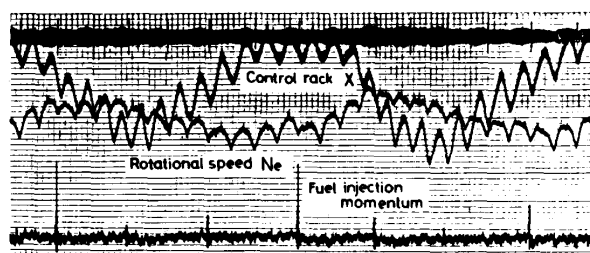


図1 ハンチング記録例

* 平成元年10月15日 第67期全国大会講演会において講演、原稿受付 平成元年3月22日。

¹ 正員、埼玉工業大学 (〒369-02 埼玉県大里郡岡部町普濟寺1690)。

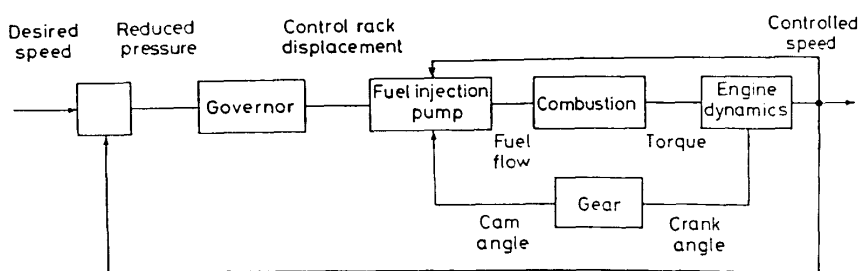


図2 空気調速機関の速度制御系

振動数が低いということに着目して、空気調速機関に関する研究^{(1)~(3)(15)~(19)}に基づいて閉ループ系の1自由度近似を試みる。1自由度の振動系に対しては物理的な説明が容易であり、その動的挙動が数学的取扱いをしないでも予測できるから、近似の妥当性を実測値に基づいて吟味したうえで、負の制振力(励振力)、運動の復原力および慣性力を調べ、微小振動の励振機構に物理的説明を与える。

記号

- A_d : ダイアフラム受圧実効面積⁽¹⁷⁾
- C_e : 調速機系等価減衰係数⁽¹⁷⁾
- I_e : クランク軸系の慣性モーメント
- J_e : $2\pi I_e/60$
- k : 調速機系復原ばね定数
- m_e : 調速機系の等価質量⁽¹⁷⁾
- N_e, n : 毎分回転数, 同変動分
- P : 過渡状態における制御負圧
- t : 時間
- T_e : 余剰トルク
- T_p : 回転速度検出部の一次遅れ時定数⁽¹⁾⁽¹⁸⁾
- X : 噴射量調節棒変位

2. 閉ループ機関調速機系の線形1自由度近似

空気調速機関に関する研究^{(1)~(3)(15)~(19)}によると、(1)閉ループ機関調速機系の自励状態の振動数は一般に低く、2,3 Hz以下であり、(2)大振幅自励状態の回転速度変動の実測波形は正弦波に近い。(3)4次の閉ループ線形系のシミュレーションにおける不安定微小振動の振動数は、大振幅自励状態の振動数にほぼ一致する。(4)4次の特性方程式の四つの根のうち2根は絶対値の大きな負の実根であり、残りの共役な代表複素振動数が振幅の成長率および振動数に関して閉ループ系の挙動をよく表す。これらは閉ループ系の1自由度近似の可能性を示している。図2に空気調速機関の

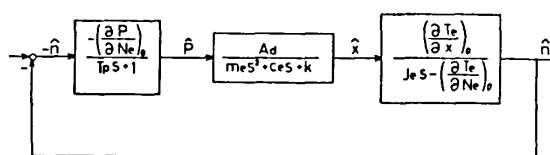


図3 線形化した閉ループ機関調速機系のブロック線図

速度制御系の流れと図3に線形化した閉ループ機関調速機系の最終的なブロック線図を示す。

線形近似した閉ループ機関調速機系の特性方程式は

$$A_4 s^4 + A_3 s^3 + A_2 s^2 + A_1 s + A_0 = 0 \dots\dots\dots (1)$$

ただし、

$$\begin{aligned} A_4 &= T_p m_e J_e \\ A_3 &= T_p \left[-m_e \left(\frac{\partial T_e}{\partial N_e} \right)_0 + C_e J_e \right] + m_e J_e \\ A_2 &= T_p \left[-C_e \left(\frac{\partial T_e}{\partial N_e} \right)_0 + k J_e \right] - m_e \left(\frac{\partial T_e}{\partial N_e} \right)_0 + C_e J_e \\ A_1 &= -T_p k \left(\frac{\partial T_e}{\partial N_e} \right)_0 + \left[-C_e \left(\frac{\partial T_e}{\partial N_e} \right)_0 + k J_e \right] \\ A_0 &= -k \left(\frac{\partial T_e}{\partial N_e} \right)_0 - A_d \left(\frac{\partial P}{\partial N_e} \right)_0 \left(\frac{\partial T_e}{\partial X} \right)_0 \end{aligned} \dots\dots\dots (2)$$

と書ける⁽²⁾。式(2)には閉ループ系諸因子が複雑に関与しており、諸因子が閉ループ系の挙動にいかに関与するかという見通しがつけにくいので、以下のように1自由度近似を試みる。まず系が正と負の制振(安定・不安定)の限界近くにあり、したがって振動数 ω で正弦波状の振動をしていると仮定し、 $s = j\omega$ (ただし $j = \sqrt{-1}$) とおくと式(1)は

$$-(A_2 - A_4 \omega^2) \omega^2 + (A_1 - A_3 \omega^2) j \omega + A_0 = 0$$

となる。この章の冒頭に述べた特徴(1), (2), (3), (4)および不安定を示す回転数全域において振動数はほとんど一定である(これは不安定全域において減衰が小さいことを意味する)という特徴に基づいて式(1)を

$$(A_2 - A_4 \omega^2) s^2 + (A_1 - A_3 \omega^2) s + A_0 = 0 \dots\dots\dots (3)$$

のように1自由度近似してみる。微分方程式は、

$$(A_2 - A_4 \omega^2) d^2 n / dt^2 + (A_1 - A_3 \omega^2) dn / dt + A_0 n = 0 \dots\dots\dots (4)$$

のように書ける。式(3), (4)は, 1自由度振動系においては虚数を含む項が減衰に関与し, 減衰が小さければ実部が振動数を決めるということに基づいた1自由度近似式であり, 安定・不安定の限界近くでのみ適用できる式であるが, 低い振動数に対しては制振力あるいは励振力は定常状態の連続となる⁽²²⁾から, 大振幅の自励状態を示す回転速度においても減衰が小さければ, 正と負の制振の限界(供試機関では約850rpm)近くだけでなく, 自励振動が発生する回転数範囲でも近似が可能であることを示している。1自由度近似の妥当性については実測値に基づいて後述するとして, まず減衰項を調べてみる。供試機関において大振幅の自励状態を示す回転速度800rpmの場合の諸定数⁽¹⁾および ω の値として実測値に近い14.49rad/s(2.3Hz)を式(3)の係数に代入してみると, 慣性項の $A_4 \omega^2$ の値は A_2 に比べてひとけた小さいからこれを無視すると, 臨界減衰係数に対する減衰比は

$$\zeta = (A_1 - A_3 \omega^2) / (2\sqrt{A_2 A_0}) \dots\dots\dots (5)$$

となり, これに上記諸定数を代入すると, $\zeta = -0.13$ (励振)となる。励振力が運動の復原力および慣性力に比べて小さいから, 自励振動の振動数は系の固有振動数にほぼ等しく, しかも大振幅を示す回転数800rpmにおいて減衰が小さいから, 自励振動が発生する回転数範囲でも近似できる可能性がある。

そこで, 慣性項の $A_4 \omega^2$ を A_2 に対して省略すると, 1自由度系の質量は A_2 , ばね定数は A_0 となるから, 減衰項に含まれる ω^2 を

$$\omega^2 = A_0 / A_2 \dots\dots\dots (6)$$

とおくと, 閉ループ機関調速機系は

$$A_2 d^2 n / dt^2 + (A_1 - A_3 A_0 / A_2) dn / dt + A_0 n = 0 \dots\dots\dots (7)$$

と近似できる。

2次の微分方程式(7)の係数は, それぞれ閉ループ系の等価的な質量・減衰係数・ばね定数に相当するが, 各係数の各項の数値を吟味して, さらに近似を進める。

供試機関では, 係数 A_2 において $C_e(\partial T_e / \partial N_e)_0$ は $k J_e$ に対してひとけた小さく, 係数 A_3, A_2 に含まれる $m_e(\partial T_e / \partial N_e)_0$ は $C_e J_e$ に対して2けた小さい。また係数 A_1 において $T_p k(\partial T_e / \partial N_e)_0$ および $C_e(\partial T_e / \partial N_e)_0$ は $k J_e$ に対してそれぞれひとけた小さい。 A_0 において $k(\partial T_e / \partial N_e)_0$ は $[-A_d(\partial P / \partial N_e)_0(\partial T_e / \partial X)_0]$ に比べて2けた小さい。したがって, 式(7)に上記の近似を行

い, すこし変形すると閉ループ機関調速機系は

$$M_T d^2 n / dt^2 + C_T dn / dt + K_T n = 0 \dots\dots\dots (8)$$

のように表せる。ただし

$$\begin{aligned} M_T &= J_e \\ C_T &= [J_e - G_{TS}(T_p C_e + m_e) / (T_p k + C_e)] / [T_p + C_e / k] \\ K_T &= G_{TS} / (T_p + C_e / k) \end{aligned} \dots\dots\dots (9)$$

$$G_{TS} = [-A_d(\partial P / \partial N_e)_0(\partial T_e / \partial X)_0 / k] \dots\dots\dots (10)$$

M_T, C_T, K_T はそれぞれ1自由度近似系の等価的な質量, 減衰係数, 復原ばね定数に相当する。 G_{TS} は回転速度変動に対するフィードバックトルクのゲインに相当するので, 静的フィードバックトルクゲインと呼ぶことにする。 G_{TS} は調速機系の復原ばね定数に反比例する。減衰係数 C_T が負の場合は微小振動振幅の増大を意味し, この成長がどの辺まで発展するかは非線形の特質による。

図4および図5はそれぞれ閉ループ線形系の振動数および振幅の対数成長率の計算結果であり, 4次系の特性方程式(1)の代表特性根より求めた値と二つの2次系近似式(7)および(8)より求めた値とを比較したものである。対数成長率に関して式(7)は大きめの値を与え, 式(8)は小さめの値を与えるが, 2次系は4次系に近い値を示している。

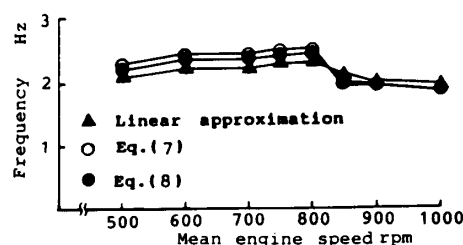


図4 線形化閉ループ系における振動数計算値

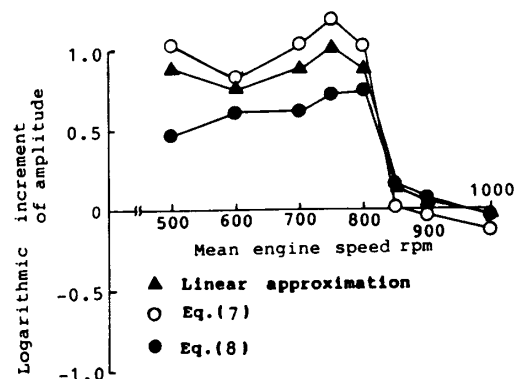


図5 線形化閉ループ系における振幅の対数成長率計算値

3. 1自由度近似による励振力の吟味

1自由度近似式(8)において、機関回転軸系の慣性モーメントが閉ループ1自由度系の質量 M_T に相当し、等価ばね定数 K_T は、回転速度変動に対する静的フィードバックトルクゲイン G_{TS} 、制御負圧の一次遅れ(回転数検出部の遅れ)の時定数 T_p 、調速機系の等価減衰係数 C_e とばね定数 k に依存する。 G_{TS} はダイヤフラム実効面積 A_d 、制御負圧感度 $(\partial P/\partial N_e)_0$ 、噴射量調節棒変位に関するトルクこう配 $(\partial T_e/\partial X)_0$ に比例し、復原ばね定数 k に比例する。閉ループ系の等価ばね定数 K_T は、 G_{TS} が小さいほど、また C_e と k および T_p が大きいほど小さくなる。

したがって、閉ループ系の振動数

$$\omega = \sqrt{G_{TS}/[J_e(T_p + C_e/k)]} \dots\dots\dots(11)$$

は、 G_{TS} が小さいほど、また J_e 、 T_p 、 C_e 、 k が大きいほど低くなる。諸定数の値として供試機関の値を使い、調速機系の復原ばね定数 k のみを変えて計算してみると、調速機系のばね定数 k は閉ループ系のばね定数 K_T および振動数にはあまり影響しない。

次に閉ループ系の減衰力の項 $C_T dn/dt$ について励振力の発生機構を考察してみる。

$$T_F = (T_p C_e + m_e)/(T_p k + C_e) \dots\dots\dots(12)$$

とおくと

$$\begin{aligned} C_T dn/dt \\ = [J_e(dn/dt) - G_{TS} T_F(dn/dt)]/[T_p + C_e/k] \end{aligned} \dots\dots\dots(13)$$

式(13)において、 G_{TS} は静的フィードバックトルクゲインであり、 T_F は時間の次元をもつから、 $G_{TS} T_F(dn/dt)$ はいわば動的フィードバックトルクを意味する。この動的フィードバックトルクと慣性トルク $J_e dn/dt$ の大小により $C_T dn/dt$ は励振力(エネルギーの流入)あるいは制振力として作用し、系の発振・非発振を振り分ける。動的フィードバックトルクのほうが慣性トルクより大きいと、系は振動の1サイクルごとにエネルギーを得て成長する。これが微小振動の不安定の原因である。

ここで T_F のもつ意味を考えてみる。回転数検出部の一次遅れの時定数 T_p が零の場合は T_F は m_e/C_e となり、これは以下に示すように調速機系の相当時定数 $T_g = 2m_e/C_e$ の1/2である。すなわち、調速機系の運動方程式

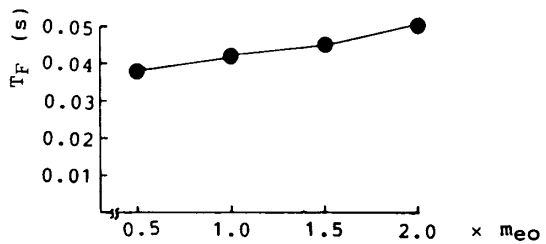
$$m_e d^2 x/dt^2 + C_e dx/dt + kx = 0 \dots\dots\dots(14)$$

において、減衰する振幅の包線は減衰指数関数 $\exp[-C_e t/(2m_e)]$ で示されるから、一次系の時定数

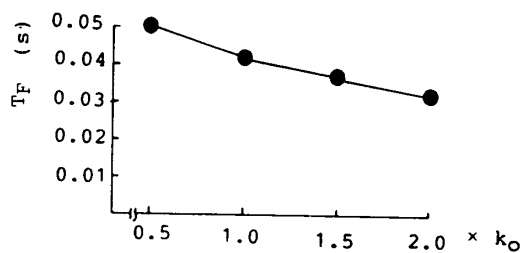
に相当するものとしてこの包線の時定数 T_g を考えると、 $C_e T_g/(2m_e) = 1$ から $T_g = 2m_e/C_e$ となる。

したがって、 T_F は回転数変動に対するフィードバックトルク発生の見かけの一次遅れ時定数の1/2とみなすことができる。

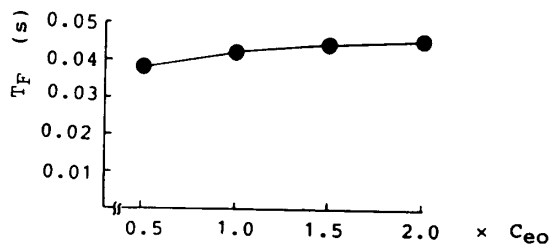
供試機関の諸定数 $T_p = 0.05$ s、 $C_e = 24.9$ N·s/m{0.025 4 kgf·s/cm}、 $m_e = 0.273$ kg{0.027 9 kgf·s²/m}、 $k = 221$ N/m{0.225 kgf/cm} を式(12)に代入すると、 T_F は0.042 sとなる。回転数検出部の遅れ T_p が零の場合は、 $T_F = m_e/C_e = T_g/2 = 0.011$ sであり、動的フィードバックトルクは $T_p = 0.05$ sの場合の約1/4となる。さらに供試機関(標準値)では、式(12)において m_e は $T_p C_e$ の22%、 $T_p k$ は C_e の44%である。式(12)の分子の m_e と分母の $T_p k$ を省略すると(m_e 、 k が小さく、 C_e が大きい場合) $T_F = T_p = 0.05$ sとなる。また T_p が零の場合は、 $T_F = m_e/C_e$ だから噴射ポンプ・調速機系の減衰係数 C_e を大きく与えると励振力は小さくなる。しかし、現実には回転数検出部の遅れがあり、 T_p の励振力に及ぼす影響が大きく、 C_e の T_F に及ぼす影響は小さくなり、不安定な



(a) m_e の影響



(b) k の影響



(c) C_e の影響

図6 m_e 、 k 、 C_e の T_F に及ぼす影響

系を調速機系の減衰 C_e により安定化するの難しくなる。

図6に T_F に及ぼす m_e, k, C_e の影響を示す。 m_e を大きくすると、 T_F は大きくなり、 C_e を小、 k を大にすると T_F は少し小さくなる。

空気調速機関の負圧の遅れ T_p についてはすでに報告済みであり⁽¹⁸⁾、その成因についても津田⁽²²⁾が詳細な実験と解析を行っている。

無負荷運転において空気調速機系の復原ばね定数とばね取付け荷重が一定 (各平衡回転数における負圧感度 $(\partial P/\partial N_e)_0$ が一定) の場合、減衰係数 C_T に含まれる負圧感度は吸気管の絞り弁開度すなわち平衡回転数によって決まり、噴射量調節棒変位に関するトルクこう配 $(\partial T_e/\partial X)_0$ も平衡回転数に依存するから、 C_T が零になる回転数が微小振動に関する安定・不安定の限界回転数を与える。図7は供試機関の諸定数を式(9)の C_T に代入した結果であり、実験⁽¹⁵⁾⁽¹⁹⁾において大振幅を示す700-800 rpmにおいて負減衰が大きくなっている。500 rpm 近傍では、実験では振幅は小さいのに対して1自由度近似系は負減衰を示す。これは吸気行程に基づく調速機系の噴射量調節棒の短周期振動とトルクの非線形特性を考慮すると説明できるが、別の機会に報告する。微小振動に関する安定・不安定の限界回転数は、クランク軸系の慣性モーメント J_e が大きいほど、また T_p と $[-A_d(\partial T_e/\partial X)_0]$ 、 T_F が小さいほど低くなり、不安定領域が低速側に移動することになる。

閉ループ系の振動振幅の時間的成長率は

$$\sigma = -C_T / (2M_T) = \{G_{TS}T_F - J_e\} / \{2J_e(T_p + C_e/k)\} \dots\dots\dots(15)$$

振幅の対数成長率 δ は

$$\delta = -2\pi C_T / (2\sqrt{M_T K_T}) = \pi \{G_{TS}T_F - J_e\} / \sqrt{J_e G_{TS} (T_p k + C_e)} \dots\dots(16)$$

となり、 $G_{TS}T_F$ および T_p が大きいほど、また J_e, k が小さいほど成長率は大きくなる。調速機系の減衰係数 C_e を大きくすると振幅の成長率 δ はむしろ大きくなり、 C_e を大きくすると安定になるという古くから広く振動学の教科書に載っている蒸気機関調速機のハンチング理論とは異なることになる。

この報告に示した閉ループ機関調速機系の1自由度近似により非線形リミットサイクルの形成過程の初期の状態もよく説明できる。さらに、この線形近似系を基にしてトルクの非線形特性を考慮すると微小不安定振動が成長して大振幅のリミットサイクルに至る機構も説明できる。これらについては続報に述べる。

4. 結 論

閉ループ機関調速機系の自励振動について、1自由度近似線形系の負制振力(励振力)の発生機構を解明した。要約すると、

- (1) 前報までの空気調速機関に関する研究結果と自励振動の振動数が低いということに着目し、微小振動に関して閉ループ線形系を1自由度近似し、閉ループ系の負の制振力(励振力)、運動の復原力および慣性力を実測値に基づいて明らかにしたうえで、閉ループ系の励振力の発生機構に物理的説明を与えた。
- (2) 回転数変動に対するフィードバックトルク発生の見かけの一次遅れ時定数の1/2と静的フィードバックトルクゲインの積で決まるトルク(これを動的フィードバックトルクとよぶことにする)の方が慣性トルクより大きいと、系は振動の1サイクルごとにエネルギーを得て成長する。これが微小振動の不安定の原因である。

(3) 現実には回転数検出部に遅れがあり、この場合は調速機系の減衰を大きくすると、回転数変動に対するフィードバックトルク発生の見かけの一次遅れ時定数がむしろ大きくなる。従って不安定な系を調速機系の減衰により安定化するの難しい。回転数検出部の遅れを最小にすべきである。

最後に、本研究を進めるにあたりご指導および励ましをいただいた東大・津田公一名誉教授に深謝する。また、東大工学部・酒井宏教授、大竹祐輔助手ならびに埼玉工大・関口晃教授に日頃のご援助を感謝する。東京商船大学大学院(88年度埼玉工大卒研)貝瀬徹氏には計算・図表作成にご助力いただいた。厚くお礼申しあげる。

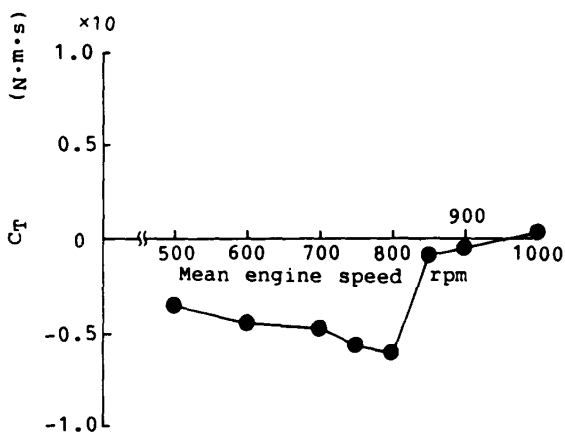


図7 1自由度近似系の減衰係数 C_T 計算値

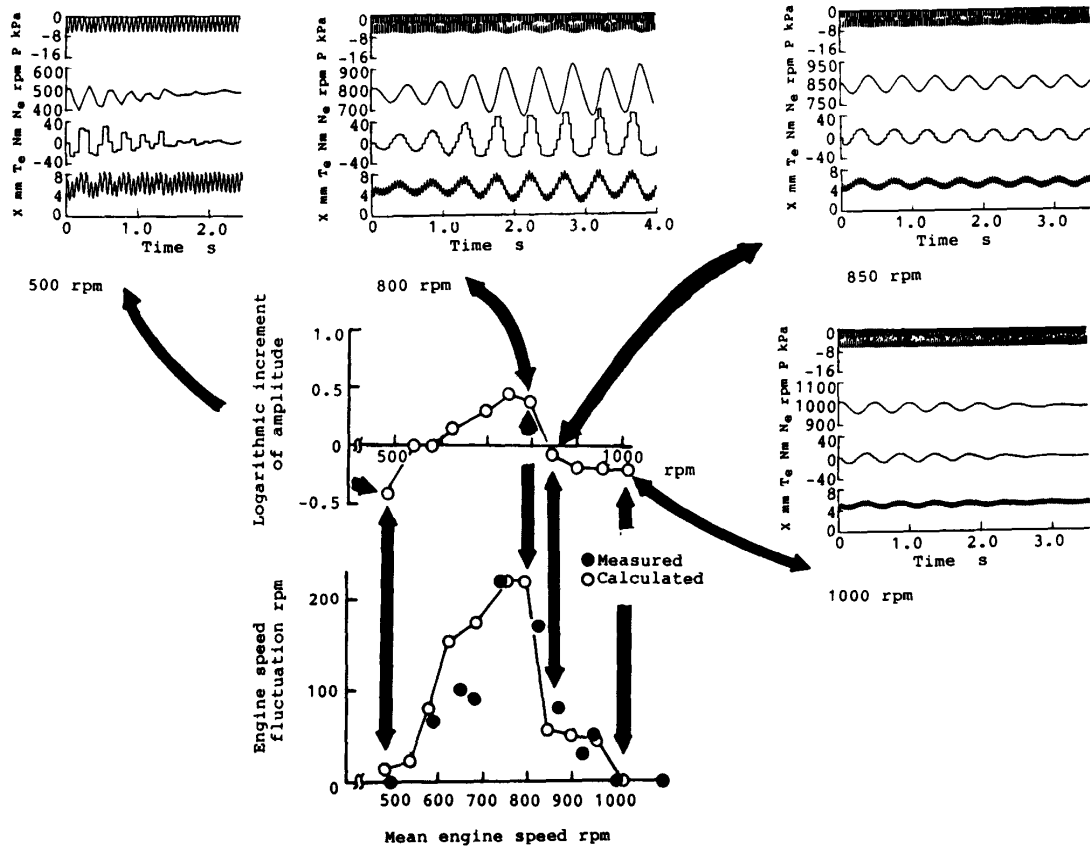


図8 非線形系リミットサイクルの振幅と成長率

付 録

供試機関に関するリミットサイクルの回転速度振幅の非線形シミュレーションによる計算値と実測値、振幅の成長率計算値およびシミュレーション波形を図8に示す。振幅は平均回転速度750 rpmで最大であり、650~820 rpmで大振幅を示し、計算値と実測値はほぼ一致する。ハンチング振動数についても計算値は実測値約2 Hzに近い。リミットサイクルの生成過程における振幅の対数成長率は、初期微小変動を与えた場合の過渡挙動を計算した波形から求めたものである。600~830 rpmの範囲で振幅は成長し、700~800 rpmで成長率が大きく、回転速度振幅と傾向が似ている。図5の線形計算による成長率に比べてやや小さい。トルク特性の非線形のため、非線形シミュレーションでは与えられる初期外乱の大きさにより成長率が少し異なる。また平衡点のごく近傍での調節棒変位とトルクの測定値からトルクこう配を求めると、線形計算による成長率の大きさとリミットサイクルの振幅が対応しないことがある。大振幅の場合のトルク特性の非線形と非線形励振力については続報に述べる。

文 献

- (1) 川副, 機論, 51-471, C(1985), 2789.
- (2) 川副, 機論, 54-506, C(1988), 2428.
- (3) 川副, 機論, 54-507, C(1988), 2675.
- (4) 西村・ほか3名, 自動車技術会論文集, 27(1983), 70.
- (5) 長谷川, 自動車技術, 37-9(1983), 986.
- (6) 鷲野・西山, 自動車技術会論文集, 33(1986), 41.
- (7) Webb, C. R., *Automot. Eng.*, 47-4(1957), 146.
- (8) 高橋, 機誌, 62-483(1959), 565.
- (9) 高橋, 機誌, 62-484(1959), 755.
- (10) 高橋(八田・浅沼編), 内燃機関ハンドブック, (1960), 236, 朝倉書店.
- (11) 金子, 三菱重工技報, 5-3(1963), 27.
- (12) 藤平, 内燃機関, 4-37(1965), 23.
- (13) 石丸, 自動車技術, 19-11(1965), 845.
- (14) Welbourn, D. B., ほか2名, *Proc. Inst. Mech. Eng.*, 173-22(1959), 575.
- (15) 川副, 機論, 51-461, B(1985), 404.
- (16) 川副, 機論, 51-462, B(1985), 721.
- (17) 川副, 機論, 51-466, B(1985), 1925.
- (18) 川副, 機論, 51-468, C(1985), 2135.
- (19) 川副, 機論, 53-495, C(1987), 2249.
- (20) 鎌田・ほか3名, 自動車技術会論文集, 32(1986), 53.
- (21) 桜井・徳永・高橋, 機論, 53-492, B(1987), 2672.
- (22) Hartog, J. P. D., *Mechanical Vibrations*, § 7. 10.
- (23) 津田, 内燃機関, 27-7(1988), 65.