

## 閉ループ機関調速機系の自励振動に関する研究\*

### (第2報, 1自由度近似系の非線形励振力とリミットサイクル形成の機構)

川 副 嘉 彦\*<sup>1</sup>

## Self-Excited Oscillation of a Closed-Engine-Governor Loop

### (2nd Report, Non-linear Damping Force and Limit Cycle Evolution of an Approximated Single-Degree-of-Freedom System)

Yoshihiko KAWAZOE

In order to explain analytically the mechanism of non-linear damping force and limit cycle evolution, the present work derives an approximated differential equation of a single degree of freedom system with the closed-engine-governor loop, noting the phenomenon of very slow frequency while considering the results of the previous work. It gives a simple physical reasoning to the mechanism of the nonlinear negative damping force which causes an instability and a limit cycle evolution, resulting from a concept of the dynamic feedback-torque gain composing a nonlinear static feedback-torque gain and a virtual time-constant depending on the phase relations between the feedback torque and the engine speed. Results show that there is energy input during a cycle when the dynamic feedback-torque is larger than the inertia torque. This increases the amplitude, and at the final amplitude the energy put in by the negative damping force in the part the quantity of fuel injection is large is neutralized by the energy dissipated by the positive force in the part the quantity of fuel injection is small because of the nonlinearity of the torque characteristics.

**Key Words:** Vibration, Self-Excited Oscillation, Limit Cycle, Nonlinear Vibration, Hunting, Closed Loop, Engine, Governor, Governing, Negative Damping Force, Instability, Feedback Torque

## 1. 序 論

圧縮点火機関において低速ハンチングと呼ばれる数ヘルツの遅い回転数変動が発生する(図1)。これは、クランク軸系-調速機-燃料噴射ポンプ-燃焼トルクという閉じた回路の自励振動であり、非線形振動系に特有の現象である。現実の機関では、小形化・出力増大を図るほどハンチング発生領域は広がり、変動振幅は増大する<sup>(3)(23)</sup>。大振幅のリミットサイクルが発生するかどうかを予測するには非線形解析が必要であるが、一般には2次系以外では振動の過程を追跡してみるしかない。著者<sup>(1)</sup>は空気調速機関(図2)について、微小振動からリミットサイクルが生まれる過程を計算機シミュレーションにより定量的に明らかにしたが、非線形現象としての解析的取扱いが未解決である。

一方、調速機の自励振動に関しては広く振動学の教科書に載っているが、すべて蒸気機関調速機の微小不安定の例であり、それによると調速機系の減衰係数を大きくすると閉ループ系は安定化する。しかし、空気調速機関に関する研究<sup>(2)(3)</sup>によると調速機系の減衰を

大きくすると振幅の成長率はむしろ大きくなる。また最近では電子燃料噴射式のガソリン機関についてもハンチングが問題になっており<sup>(4)~(6)</sup>、これまで多くの研究<sup>(1)~(21)</sup>がなされてきたにもかかわらず、自動車用機関のハンチング現象は未解決である。

線形理論による微小振動の不安定については計算機シミュレーションおよび実測値とすでに対照した<sup>(19)</sup>が、閉ループ系諸因子が複雑に関与しており、見通しがよくない。そこで、前報<sup>(22)</sup>では、閉ループ機関調速機系の自励振動の振動数が低いということに着目して、空気調速機関に関する研究<sup>(1)~(3)(15)~(19)</sup>に基づいて閉ループ系の1自由度近似を試み、まず線形近似系の負の制振力(励振力)、運動の復原力および慣性力を調

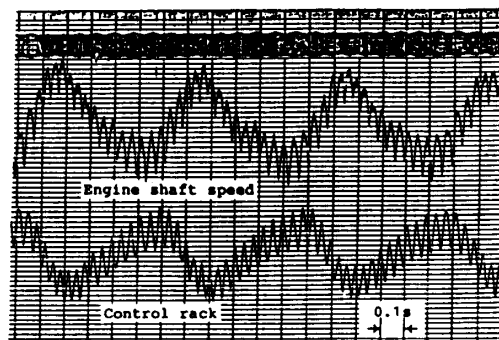


図1 ハンチング測定記録例(800 rpm)

\* 原稿受付 平成元年12月28日。

\*<sup>1</sup> 正員、埼玉工業大学(〒369-02 埼玉県大里郡岡部町普濟寺1690)。

べ、微小振動の励振機構を吟味した。その結果、以下のことが明らかになった。(1)回転数変動に対する動的フィードバックトルクのほうが慣性トルクより大きいと、系は振動の1サイクルごとにエネルギーを得て成長する。これが微小振動の不安定の原因である。(2)回転数検出部に遅れのある現実の系では調速機系の減衰を大きくすると、フィードバックトルク発生が遅れが大きくなり、不安定な系を調速機系の減衰により安定化するのには難しい。これは、調速機系の減衰係数を大きくすると安定になるという古くから振動学の教科書に載っているハンチング理論とは異なることになり、(3)回転数検出部の遅れを最小にすべきである。

本研究の目的は、閉ループ系をできるだけ簡単な非線形微分方程式に抽象化してリミットサイクル(振幅と振動数)を解析的に求めることであり、この報告ではトルク特性の非線形と非線形励振力を考慮した閉ループ機関調速機系の1自由度非線形微分方程式により、微小不安定振動が成長して大振幅のリミットサイクルに至る機構に説明を与える。

記号

- $A_d$ : ダイアフラム受圧実効面積<sup>(17)</sup>
  - $C_e$ : 調速機系等価減衰係数<sup>(17)</sup>
  - $I_e$ : クランク軸系の慣性モーメント
  - $J_e$ :  $2\pi I_e/60$
  - $k$ : 調速機系復原ばねこわさ
  - $m_e$ : 調速機系の等価質量<sup>(17)</sup>
  - $N_e, n$ : 毎分回転数, 同変動分
  - $P$ : 過渡状態における制御負圧
  - $t$ : 時間
  - $T_e$ : 余剰トルク
  - $T_p$ : 回転速度検出部の一次遅れ時定数<sup>(1)(18)</sup>
  - $X$ : 噴射量調節棒変位
- 添字
- 0: 平衡状態

2. 閉ループ系の1自由度非線形微分方程式の導出

これまでの研究<sup>(1)~(3)(15)~(19)</sup>によると、(1)閉ループ機関調速機系の自励状態の振動数は一般に低く、2, 3 Hz 以下であり、(2)大振幅自励状態の回転速度変動の実測波形は正弦波に近い(減衰が小さい)。(3)4次の閉ループ線形系のシミュレーションにおける不安定微小振動の振動数は、大振幅自励状態の振動数にほぼ一致する。(4)4次の特性方程式の四つの根のうち2根は絶対値の大きな負の実根であり、残りの共役な代表複素振動数が振幅の成長率および振動数に関して閉ループ系の挙動をよく表す。上記四つの特徴および不安定を示す回転数全域において振動数がほとんど一定であるという特徴に基づいて、閉ループ系を1自由度線形近似すると平衡状態からの回転数変動  $n$  に関する微分方程式は

$$M_T d^2 n/dt^2 + C_T dn/dt + K_T n = 0 \dots\dots\dots (1)$$

のように書ける<sup>(22)</sup>。ただし

$$\left. \begin{aligned} M_T &= J_e \\ C_T &= (J_e - G_{TS} T_F) / (T_p + C_e/k) \\ K_T &= G_{TS} / (T_p + C_e/k) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

$$G_{TS} = [-A_d (\partial P / \partial N_e)_0 (\partial T_e / \partial X)_0 / k] \dots\dots\dots (3)$$

$$T_F = (T_p C_e + m_e) / (T_p k + C_e) \dots\dots\dots (4)$$

$M_T, C_T, K_T$  はそれぞれ1自由度近似系の等価的な質量, 減衰係数, 復原ばね定数に相当する。 $G_{TS}$  は回転速度変動に対するフィードバックトルクの静的ゲインに相当し、 $T_F$  は回転数変動に対するフィードバックトルク発生の見かけの一次遅れ時定数の1/2とみなすことができる。減衰係数  $C_T$  が負の場合は振動振幅の増大を意味し、この成長がどの辺まで発展するかは非線形の特質による。動的フィードバックトルク  $G_{TS} T_F (dn/dt)$  と慣性トルク  $J_e dn/dt$  の大小により  $C_T dn/dt$  は励振力(エネルギーの流入)あるいは制振力として作用し、系の発振・非発振を振り分ける。動的フィードバックトルクのほうが慣性トルクより大きいと、系は振動の1サイクルごとにエネルギーを得て成長する。これが微小振動の不安定の原因である。

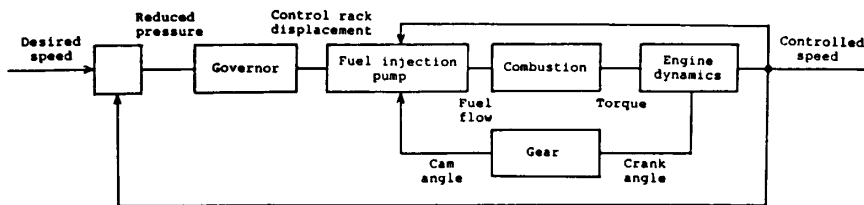


図2 空気調速機関の速度制御系

この線形近似系を基にして非線形特性を考慮することにより、微小不安定振動が大振幅のリミットサイクルに至る機構に物理的説明を与える。線形解析では噴射量調節棒変位に関するトルクこう配  $\partial T_e/\partial X$  を平衡状態近傍におけるトルクこう配  $(\partial T_e/\partial X)_0$  で近似したが、実系では  $\partial T_e/\partial X$  は非線形特性を示す。調節棒変位  $X$  が小さい(噴射量が小さい)ところで特に非線形が著しく、非常に小さいトルクこう配を示す。ここでは、トルクこう配  $\partial T_e/\partial X$  の非線形特性を調節棒変位に関する2次式

$$\partial T_e/\partial X = a + bX + cX^2 \dots\dots\dots (5)$$

で近似し、静的フィードバックトルクゲイン  $G_{TS}$  を

$$G_{TS} = [-A_d(\partial P/\partial N_e)_0(\partial T_e/\partial X)/k] \dots\dots\dots (6)$$

のように表す。

平衡状態における調節棒変位を  $X_0$  とすると、回転速度変動  $n$  に相対的調節棒変位  $(X - X_0)$  の静的ゲインは

$$(X - X_0)/n = [A_d(\partial P/\partial N_e)_0/k] = -G_X, (G_X > 0) \dots\dots\dots (7)$$

と表せるから、式(5)と式(7)からトルクこう配は

$$\partial T_e/\partial X = A + Bn + Cn^2 \dots\dots\dots (8)$$

ただし、

$$\begin{aligned} A &= a + bX_0 + cX_0^2 \\ B &= -(b + 2cX_0)G_X \\ C &= cG_X^2 \end{aligned} \dots\dots\dots (9)$$

と書ける。定数  $A$  は平衡点  $X_0$  におけるトルクこう配  $(\partial T_e/\partial X)_0$  である。式(8)を式(6)に代入した結果を式(2)の  $C_T$  に代入すると、非線形減衰係数は

$$C_T = [J_e - G_X T_F (A + Bn + Cn^2)] / [T_p + C_e/k] \dots\dots\dots (10)$$

となる。さらに少し変形すると、

$$C_T = -C_1 + C_2[n + B/(2C)]^2 \dots\dots\dots (11)$$

ただし、

$$C_1 = -[J_e + G_X T_F C(B^2/(4C^2) - A/C)] /$$

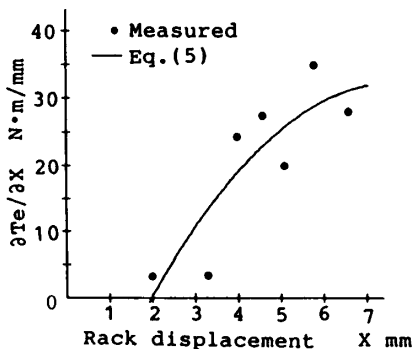


図3 トルクこう配の2次関数近似(800 rpm 近傍)

$$[T_p + C_e/k]$$

$$C_2 = -G_X T_F C(T_p + C_e/k)$$

と書ける。したがってこの形の非線形制振をもつ閉ループ1自由度近似系は

$$\begin{aligned} M_r d^2 n / dt^2 - \{C_1 - C_2[n + B/(2C)]^2\} dn / dt \\ + K_T n = 0 \dots\dots\dots (13) \end{aligned}$$

のように簡単な微分方程式になる。

式(13)で表される1自由度近似系と計算機シミュレーション<sup>(1)</sup>のおもな差異は、各シリンダの吸気行程に基づく調節棒変位の短周期波を無視し、噴射時期ごとの断続的な燃料噴射過程を連続系と仮定し、さらにトルクの回転数依存性  $\partial T_e/\partial N_e$  を無視してトルクの非線形特性を噴射量調節棒変位に関する2次のトルクこう配関数で近似したことである。

### 3. リミットサイクルの形成機構

図3は、供試機関(4シリンダ、総行程容積1986 cm<sup>3</sup>の四行程サイクル渦室式)<sup>(15)-(17)</sup>について回転数800 rpmの場合の調節棒変位  $X$  に関するトルクこう配  $\partial T_e/\partial X$  を示し、●印は実測トルク特性から求めたもので、曲線は式(5)に相当し、最小二乗法により2次関数近似したものである。図4の●印は800 rpmにおける調節棒変位  $X$  に対するトルク  $T_e$  の実測値であり、曲線は図3の2次関数近似トルクこう配を積分して求めたトルクである。トルク  $T_e$  の零の点が無負荷運転における平衡点である。

2次関数近似した図3のトルクこう配に対応する非線形減衰係数  $C_T$  は図5のようになる。 $C_T$  は  $n$  に対して非対称であり、平衡点( $n=0$ )から約±20 rpmの範囲では  $C_T$  が負だから振幅は無条件に成長する。回転速度変動  $n$  が約+20 rpmを超えると  $C_T$  は正にな

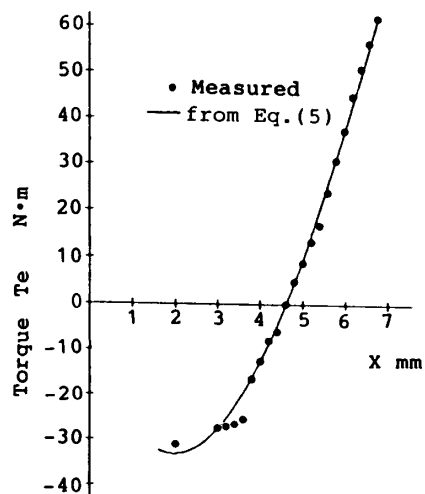


図4 トルクの非線形特性(800 rpm 近傍)

り振幅は抑制されるが、 $n$ が平衡点から減少すると  $C_T$  は大きな負の値を示すから励振されることになる。すなわち大振幅のリミットサイクル状態では、エネルギーは負の制振力によって  $n$  の負の部分で取入れられ、 $n$  の極大に近い部分で大きな正の制振力によって散逸させられて平衡する。これは、 $n$  の負の部分すなわち噴射量調節棒変位が大きいところではトルクこう配が大きく、 $n$  の極大に近い部分すなわち調節棒変位が小さいところではトルクこう配が非常に小さいことによる。

図6と図7は微分方程式(13)の時刻歴応答  $n(t)$  と

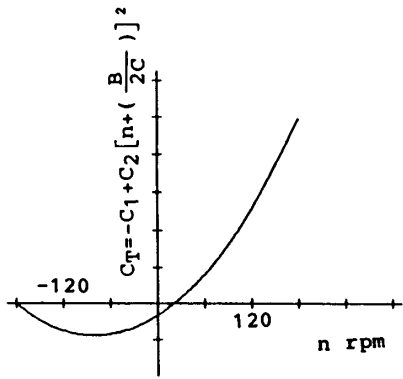
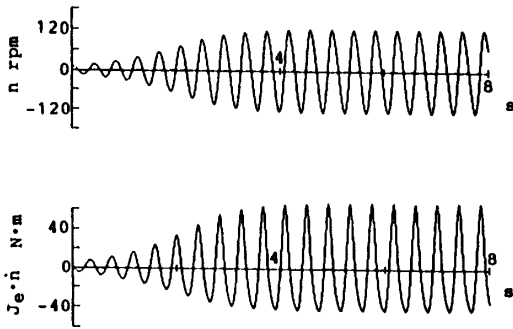
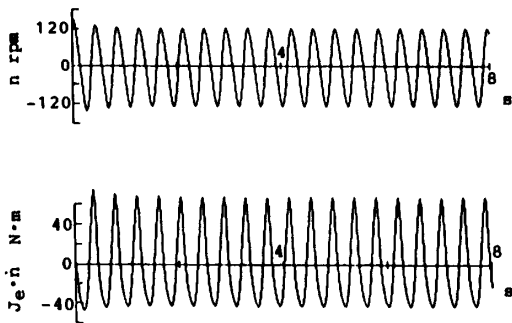


図5 非線形減衰係数(800 rpm 近傍)



(800 rpm,  $n(0)=12$  rpm)

図6 微分方程式(13)による時刻歴応答



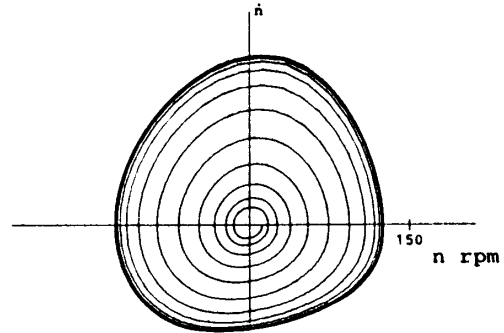
(800 rpm,  $n(0)=150$  rpm)

図7 微分方程式(13)による時刻歴応答

$J_e(dn/dt)$ を示し、それぞれ  $n$  の初期値が 12 rpm, 150 rpm である。図8と図9はそれらの位相面表示であり、リミットサイクルの内部および外部の任意の点から出発した両軌道は同じリミットサイクルに巻きつく。リミットサイクルの全振幅は約 250 rpm であり、実測値約 200~230 rpm に近い。

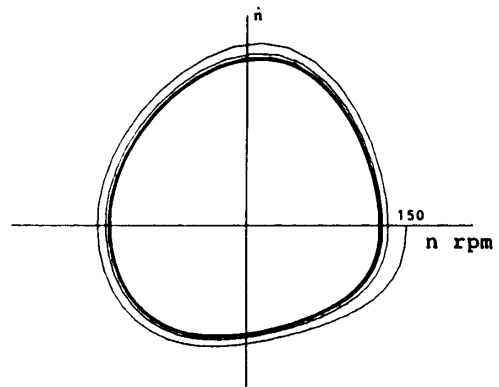
#### 4. トルクの非線形特性とリミットサイクルの振幅

燃料噴射ポンプ固有の特性<sup>(15)</sup>により噴射量調節棒変位の小さいところではトルクこう配が静的設計値と異なって非常に小さく、トルク近似が難しい。調節棒変位約 3 mm 以下のデータの選び方により近似結果がどのように異なるかを調べたのが図10(a), (b)であり、それぞれ2次関数近似したトルクこう配、近似トルクこう配を積分して求めたトルク、非線形減衰係数  $C_T$ , 位相面上のリミットサイクルを示している。●印は3章の例と同じく、平衡値 800 rpm における実測値である。図10(a)のリミットサイクル振幅は図9より大きく、図10(b)のそれは小さい。噴射量の小さい



(800 rpm,  $n(0)=12$  rpm)

図8 リミットサイクルの位相面表示



(800 rpm,  $n(0)=150$  rpm)

図9 リミットサイクルの位相面表示

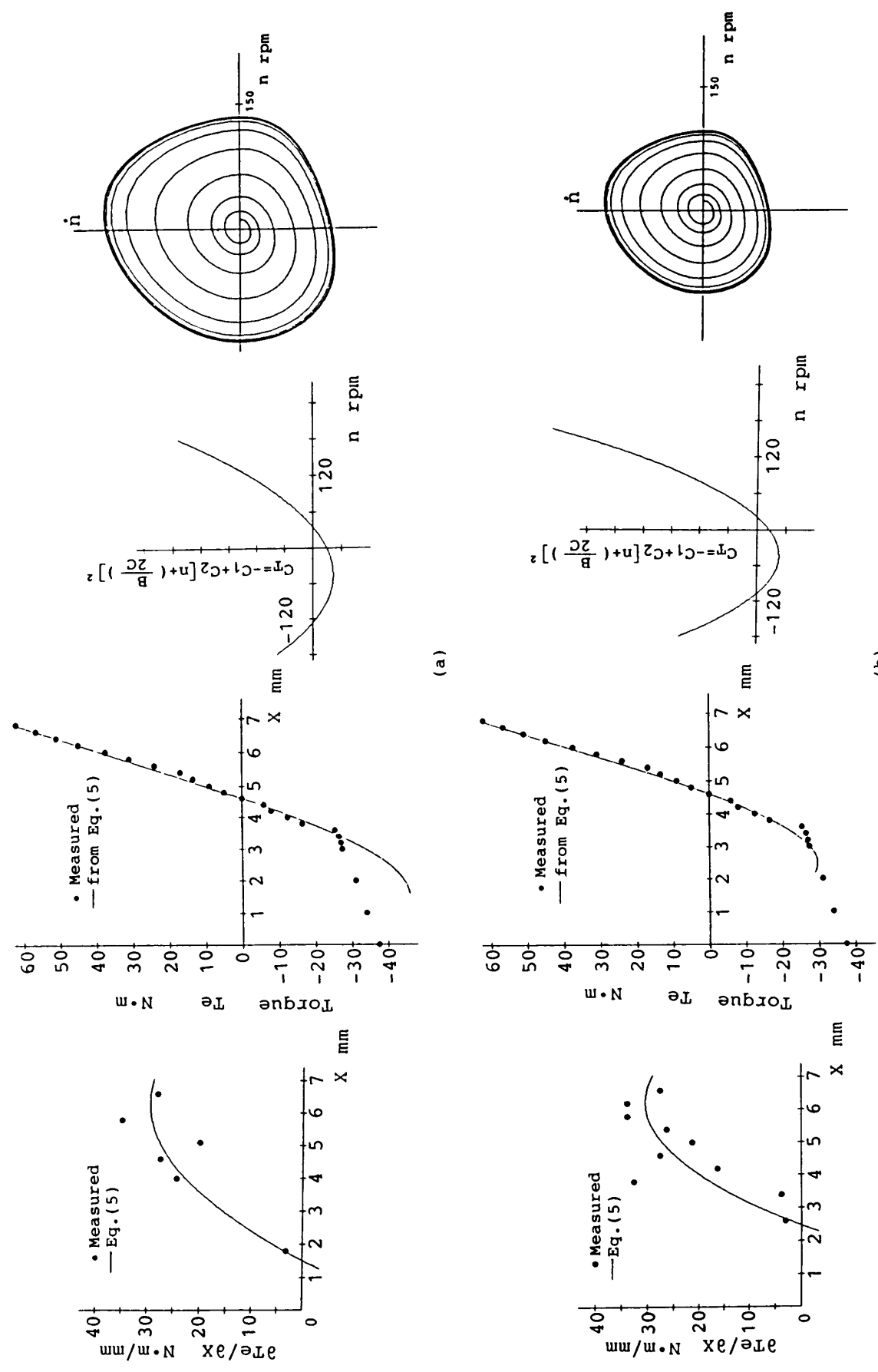


図 10 トルクこう配近似とリミットサイクル

ところでの非線形特性が振幅に大きく影響する。式(13)の過渡挙動解析およびリミットサイクル振幅などの一般的な議論については統報に述べる。

### 5. 回転数検出部の遅れとリミットサイクル

回転数検出部に位相遅れがあり、この位相遅れの大小が発振・非発振を分けること、回転数検出部の一次遅れの時定数  $T_p$  を最小にするとハンチングが消滅することを供試機関における実験<sup>(15)</sup>および計算機シミュレーション<sup>(1)</sup>によりすでに報告した。供試機関の遅れ  $T_p$  についても著者<sup>(18)</sup>および津田<sup>(24)</sup>が詳細な取調

べを行っている。

ここでは1自由度近似系の微分方程式(13)により、時定数  $T_p$  が零の場合の挙動を調べてみる。1自由度近似系における回転数変動に対するフィードバックトルク発生が遅れ  $T_F$  は見かけの一次遅れ時定数の1/2に相当し、動的フィードバックトルクの大きさを決める。供試機関の諸定数  $T_p=0.05$  s,  $C_e=24.9$  N·s/m {0.0254 kgf·s/cm},  $m_e=0.273$  kg(0.0279 kgf·s<sup>2</sup>/m),  $k=221$  N/m(0.225 kgf/cm) を式(4)に代入すると、 $T_F$  は0.042 sとなる。一方、回転数検出部の一次遅れの時定数  $T_p$  が零の場合は  $T_F$  は  $m_e/C_e$  となり、調速機系の減衰振幅の包線の相当一次遅れ時定数  $T_\theta$  の1/2であり、0.011 sとなる<sup>(22)</sup>。動的フィードバックトルクは  $T_p=0.05$  s の場合の約1/4となる。図11は、図3の近似トルクこう配において  $T_p$  を零にした場合の非線形減衰係数および時刻歴応答と位相面表示である。平衡点は安定であり、初期外乱はすみやかに平衡点に収束する。

また、 $T_p$  が零の場合は  $T_F=m_e/C_e$  だから、噴射ポンプ・調速機系の減衰係数  $C_e$  を大きく与えると励振力は小さくなるが、供試機関(標準値)では  $m_e, k, C_e$  に比べて  $T_p$  の  $T_F$  に及ぼす影響が大きく ( $m_e, k$  が小さく、 $C_e$  が大きい場合)、不安定な系を調速機系の減衰  $C_e$  により安定化するのは難しくなる。回転数検出部の遅れを最小にするとリミットサイクルは消滅する。

### 6. 結 論

各シリンダの吸気行程に基づく噴射量調節棒変位の短周期波を無視し、噴射時期ごとの断続的な燃料噴射過程を連続系と仮定し、さらにトルクの回転数依存性を無視してトルクの非線形特性を調節棒変位に関する2次のトルクこう配関数で近似した1自由度系の微分方程式により、閉ループ系の非線形励振力とリミットサイクル形成の機構に初めて物理的な説明を与えた。その内容は次記のように要約できる。

(1) 自励振動発生領域では、回転数変動に対するフィードバックトルク発生が遅れ  $T_F$  と静的フィードバックトルクゲイン  $G_{TS}$  の積で決まるトルク(動的フィードバックトルクとよぶ)のほうが慣性トルクより大きく、系は振動の1サイクルごとにエネルギーを得て成長する。非線形減衰係数  $C_T$  は平衡点からの回転数変動  $n$  に関して非対称であり、数十rpmの増減の範囲では  $C_T$  が負で、振幅は無条件に成長する。

(2) さらに振幅が増大すると、 $n$  の極大の近くでは  $C_T$  は大きな正の値になり振幅は抑制されるが、

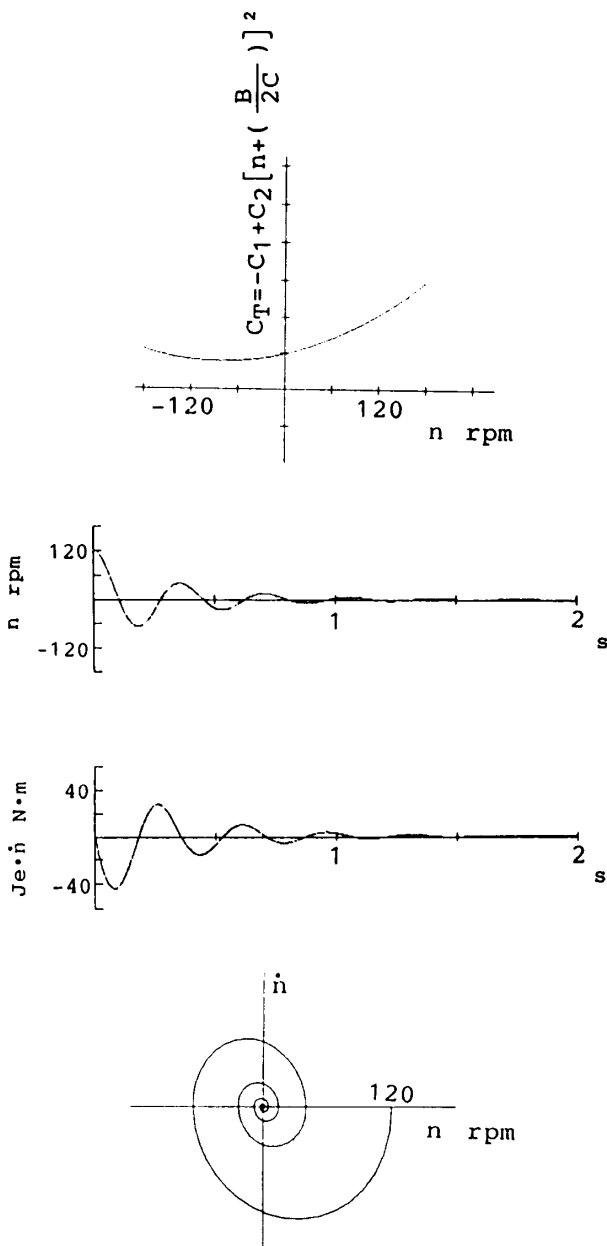


図11 回転数検出部の遅れがない場合の挙動

$n$  が負のところでは  $C_T$  は負の値を示すから励振される。これは、噴射量が大きい  $n$  が負の部分ではトルクこう配が大きく、噴射量が小さい  $n$  の極大(正)に近い部分ではトルクこう配が非常に小さいことによる。大振幅のリミットサイクル状態では、エネルギーは  $n$  の負の部分で負の制振力によって取り入れられ、 $n$  の極大(正)に近い部分で大きな正の制振力によって散逸させられて平衡する。

(3) 1自由度近似系のリミットサイクルの全振幅は約 250 rpm であり、実測値約 200~230 rpm に近い。

(4) 回転数検出部に遅れのある現実の系では、調速機系の減衰を大きくすると  $T_F$  が大きくなり、不安定な系を調速機系の減衰により安定化するのは難しいが、回転数検出部の遅れを最小にするとリミットサイクルは消滅する。

過渡挙動解析およびリミットサイクル振幅などの一般的な議論については統報に述べる。

最後に、本研究を進めるにあたり常に暖かい励ましをいただいている東大・津田公一名誉教授に深謝し、埼玉工大・関口晃教授に日頃のご援助を感謝する。1989年度卒研生・大庭史聡・木許茂両君には計算・

図表作成にご助力いただいた。厚くお礼申し上げる。

## 文 献

- (1) 川副, 機論, 51-471, C(1985), 2789.
- (2) 川副, 機論, 54-506, C(1988), 2428.
- (3) 川副, 機論, 54-507, C(1988), 2675.
- (4) 西村・ほか3名, 自動車技術会論文集, 27(1983), 70.
- (5) 長谷川, 自動車技術, 37-9(1983), 986.
- (6) 鷺野・西山, 自動車技術会論文集, 33(1986), 41.
- (7) Webb, C. R., *Automot. Eng.*, 47-4(1957), 146.
- (8) 高橋, 機誌, 62-483(1959), 565.
- (9) 高橋, 機誌, 62-484(1959), 755.
- (10) 高橋(八田・浅沼編), 内燃機関ハンドブック, (1960), 236, 朝倉書店.
- (11) 金子, 新三菱重工技報, 5-3(1963), 27.
- (12) 藤平, 内燃機関, 4-37(1965), 23.
- (13) 石丸, 自動車技術, 19-11(1965), 845.
- (14) Welbourn, D. B., *Proc. Inst. Mech. Eng.*, 173-22(1959), 575.
- (15) 川副, 機論, 51-461, B(1985), 404.
- (16) 川副, 機論, 51-462, B(1985), 721.
- (17) 川副, 機論, 51-466, B(1985), 1925.
- (18) 川副, 機論, 51-468, C(1985), 2135.
- (19) 川副, 機論, 53-495, C(1987), 2249.
- (20) 鎌田・ほか3名, 自動車技術会論文集, 32(1986), 53.
- (21) 桜井・徳永・高橋, 機論, 53-492, B(1987), 2672.
- (22) 川副, 機論, 56-521, C(1989), 23.
- (23) 川副, 機論, 55-515, C(1989), 1628.
- (24) 津田, 内燃機関, 27-7(1988), 65.