167

テニスにおけるインパクトのシミュレーション

川副嘉彦*

ABSTRACT There are a number of unclarified points regarding impact phenomenon between a ball and a racket as well as regarding optimum design of rackets. The performance of tennis racket with the coefficient of restitution (COR) is closely related to the impact phenomena. In this paper, the distribution of the coefficient of restitution of tennis racket considering racket vibrations is predicted using a simple nonlinear impact model and an experimentally identified vibration model of tennis racket on the basis of the idea that the COR can be derived from the energy loss during ball-racket impact. The calculated COR considering the main source of energy loss such as the impact between a ball and strings, the rotation of racket during the impact and the vibrations of racket-frame can explain the experimental results very well.

1. はじめに

スポーツ用具は、素材の複合化により設計・製造の 自由度が大きくなり、身体的条件や技術的条件の異な る使用者との整合を考慮したきめの細かい設計を目指 す段階に至っている、最近では、理論武装したテニス ラケットも現れ始めた、しかし、人間系と機械系(用 具系)が複雑に絡んでいるためにラケットの性能やイ ンパクト現象については不明な点が多い。

ラケットの性能は、ボールとラケットの衝突現象と 密接に関連している.

ラケットの外形寸法、質量分布、フレームの剛性分 布、ガットの張力、ボールの復原力特性などの物理特 性に対して、ボールがある速度とある角度でラケット に衝突した瞬間から離れるまでの間(接触時間)にラ ケットがどのように挙動するか、また、ボールの速度 とスピンがどうなるかが明らかになればラケットの性 能が評価できることになる.

しかし、ボールとラケットの衝突現象は、瞬時(イ ンパクトの時間は約6ms~3ms)の大変形をともな う複雑な非線形現象であり、解析はきわめてやっかい である.

従来の多くの実験もインパクトの複雑さを示してい るだけで、ストリングスとフレームとボールの相互作 用については、ほとんど解明されていない¹⁾. 本稿では、テニスのインパクトの本質を明らかにす ることをめざして、ボールとラケットの非線形衝突現 象の本質に関与する支配的な諸因子を考慮して、しか もパソコンでも解析可能なできるだけ簡単な近似モデ ルを考える、大変形をともなうボールとストリングス は実験に基づいて非線形として扱い、振幅の小さいラ ケット・フレームの振動モデルは線形系として実験的 に同定する、インパクトにおけるボールとラケットの 衝突力と接触時間などの衝突諸量および同定したラケ ットの振動モデルを用いて、ラケットの応答を予測す る、さらに、ボールとストリングスの衝突によるエネ ルギ損失、衝突におけるラケットの回転によるエネル ギ損失、フレームの振動によるエネルギ損失からラケ ットの反発係数を予測する方法と予測例を紹介する. ただし、ボールの回転(スピン)は無いものとする.

2. 衝突モデルのポイント

ボールとラケットの衝突現象の厳密な解析はきわめ てやっかいである.

インパクト現象を複雑にしているのは、変形量が増 大するほど急激に硬くなるというボールとストリング スの非線形性と腕によるスイングをラケットの境界条 作としてどう与えるかということである.

ラケットを支える支持条件とボールは一定だとし て、おもにラケットの物理特性が反発性能にどのよう に影響するのかを明らかにする目的で、以下のような 実験的事実を考慮すると、現象の本質を失わないでパ ソコンでも計算できるモデリングが可能になる.

Simulation of Impacts in Tennis. By Yoshihiko Kawazoe (Dept. of Mechanical Engineering, Saitama Inst. of Technology). *埼玉工業大学機械工学科

ボールとラケットとの衝突実験²⁾およびインパルス ・ハンマによるラケット・ストリングス面の打撃実験 において、ラケット・フレームの剛性あるいは振動が ボールとストリングスとの接触時間(衝突時間)およ びハンマとストリングスの接触時間におよぼす影響が 小さいという事実に着目して、衝突力や衝突時間の解 析には振動を無視したラケット・フレームを想定す る.

さらに、ストリングス問りのフレームを固定したス トリングスにボールを衝突させた場合は、通常の衝突 速度の範囲では、反発係数はストリングス張力と衝突 速度にほとんど依存しないという事実を考慮する.

ボールとラケットとの衝突の瞬間を示す高速ビデオ 写真において、衝突速度が非常に大きい場合を除け ば、衝突時のボールはストリングスと接触している片 側のみ主に変形しているように見える.したがって、 インパクトにおいて、中心に質量を集中させたボール がストリングスに接触する片側だけ変形すると仮定す る.

上記の仮定のもとで、ボールとストリングスの非線 形復原力特性を持った1自由度モデルとフレームの剛 体モデルが衝突するとして、等価的衝突力と接触時間 を計算し、求めた力積と接触時間を用いて現実に近い 衝突力波形を近似する.次に、実験的に同定したラケ ットの振動モデルに、上記の衝突力波形を適用し、イ ンパクトにおけるラケットの振動を予測する.

衝突におけるラケット・フレーム振動によるエネル ギー損失を考慮することにより、フレームが振動する 場合の反発性能を評価することができる²⁾.

- 3. インパクトを支配する主要な因子
- 3.1 ボールとストリングスの衝突におけるエネル ギ損失と反発係数

図1は、ストリングス周りのラケット・ヘッドを固定してボールをストリングスに衝突させた場合の反発 係数(ボールの跳ね反り速度/入射速度)e_{BG}の測定 結果²⁾である.

ボールの入射速度が14 m/s と25 m/s の実験範囲(通 常のストロークにおける衝突速度)では反発係数 eBG の値はほとんど一定である.また,ストリングスの張 力が30 L のときと60 L のときの値もほとんど同じで あり,どちらが反発が良いともいえない.すなわち, ボールを壁に衝突させた場合は,反発係数は衝突速度 の増大とともに減少するが,ストリングス間りのフレ ームを固定したストリングスにボールを衝突させた場 COR CBG





合は,通常の衝突速度の範囲では,反発係数は張力と 衝突速度にほとんど依存しないことを示している.

ストリングス周りのフレームを固定した場合の反発 係数約0.83というこの実験結果は、従来の多くの文 献³⁾の結果ともほぼ一致しており、グラス、アルミ、 木などのラケット素材の違いによる差異もほとんど無い、

この反発係数を、フレーム質量が無限に大きい場合の、ボールとストリングスという素材の間の衝突における固有の反発係数とみなし、ボールとストリングスの衝突におけるエネルギ損失を反発係数 eBG として考慮すると、衝突の解析が格段に容易になる。

3.2 ボールとストリングスの非線形複原力特性

中心に質量を集中させたボールが衝突においてスト リングスに接触する片側だけ変形すると仮定すると、 荷重実験の実測値に基づいて、ボールの復原力特性 F_B、ストリングスの特性 F_C、ボール・ストリングス 複合系の復原力特性 F_{CB} は図2のようになる.また、 復原力 F_G、F_B、F_{GB} の変位 X に関する微分、すなわち



シミュレーション 第11巻第3号



ばね剛性 K_G, K_B, K_{GB} は図3のようになる²⁾.

ボールもストリングスも変形量の増大にともなって ばね剛性が増大する非線形特性を示し、ボールとスト リングスの合計の変形量が約20 mm を越えると、ボ ールとストリングスの複合ばねは急激に硬くなる.

3.3 ラケットの回転によるエネルギ損失と換算質 量

ボールとラケットとの衝突において、ラケットが回 転するために、ボールを弾くことに関与するラケット の質量はラケット全体の質量とは異なる、ラケットの 回転に使われるエネルギ損失を衝突点に集中した換算 質量として考慮し、ボールを質量と非線形ばねをもつ 1自由度系に近似すると、ボールとストリングスの非 線形ばねを間に挟んで、集中質量をもつボールと換算 質量を持つラケットが正面衝突すると考えることがで きる、フレームの剛性は、衝突におけるフレームの振 動エネルギ損失として考慮する。

衝突の瞬間にグリッブ位置を支点としてラケットが 回転する(打撃点が縦の中心線上にある)場合は、ラ ケットの打撃点に換算した換算質量²⁾は、ラケット支 点(グリッブ位置)まわりの慣性モーメントに比例し、 ラケット支点と打撃点の距離が小さいほど大きい、ま た、縦の中心線まわりにラケットが回転する(打撃点 が中心から横に外れた)場合は、換算質量はラケット の縦の中心線まわりの慣性モーメントに比例し、打点 がラケットの縦の中心線に近いほど大きい。

4. 衝突諸量の計算法

以下の3つの条件を使うと、衝突速度が与えられた 場合の等価的な衝突力 F_{MEAN} とボール・ストリング ス複合系の復原ばね剛さ K_{GB} が決まり、K_{GB} が求ま ると、衝突速度に対する接触時間 T_c も決まる²⁾.

(1) ボールとラケットの衝突における運動量保存則



図4 実打における接触時間の実測値と計算値の比較

と反発の式を使う.

(2) 接触時間は、ボールの質量、ラケットの換算質 量およびボール・ストリングス複合系の非線形はね剛 性の関数であり、接触時間の間一定の大きさの等価的 な力が作用するような力積を想定し、等価的力に対応 するばね剛性を考える。

(3) ボール・ストリングス複合系の復原力およびば ね剛性の変形量に関する特性から、復原力とばね剛性 の関係を求める。

図4は、フォアハンド・ストローク実打における接触時間の実測値(5000コマ/秒)⁴⁾と計算値を比較したものである。衝突速度26.1 m/s(未熟練者のフラット)のとき接触時間の実測値は3.4 ms,衝突速度36 m/s(熟練者のフラット)のとき2.3 ms であり、計算値と良く合っている.

インパクトにおけるラケットの応答変位 振幅の予測

5.1 ラケットの振動特性の同定

コンピュータ援用による実験モード解析³)に基づい て、ラケット面上の任意の点に単位の力が作用した場 合の任位の点の変位を周波数領域で求めておく⁶⁾. イ ンパクトにおけるボールとストリングス間に作用する 衝突力波形を実フーリエ変換し、周波数領域における 衝突力を与えてやれば、打点と衝突速度に対するラケ ット面上の任意の点の応答変位を計算することができ る、ラケット応答の減衰振動も予測できるが、反発性

平成4年9月

能はインパクトの瞬間の挙動で決まるから、ここでは インパクト直後のフレームの最大振幅分布を求め、フ レーム振動によるエネルギ損失を計算する.

ラケットをグリップ自由の(柔らかいクッションに 横たえた)状態およびグリップを手でしっかり持って 支えた状態でラケットの振動特性を同定し、両モデル の応答の比較も試みた.この結果は次章に示す.

5.2 衝突力波形近似

ラケットの振動には、力積と接触時間のほかに、衝 突力の波形が影響するから、力積および接触時間の値 は変えないで、ボールとストリングス間に作用する衝 突力波形を実測波形に近い図5左半のような正弦半波 パルスで近似すると、その実フーリエ変換(fは振動 数 Hz) は図5右半のようになる。



図5 ボールとラケットの衝突における力波形とスペクト ラム



図6は、ラケット面のセンターで衝突したときの衝 撃力スペクトル計算値((a)衝突速度10 m/s,(b)20 m/s,(c)30 m/s の場合)である、ラケット質量は360 g、グリップ位置はグリップ端から70 mm であり、ス トリングスの張力は標準値55 b である、衝突速度が 増すと、衝撃力が増大するとともに高い振動数成分を 含むようになる、衝突力の周波数スペクトルとラケッ トの固有振動数および振動モード(振動の形)との関 連でラケットの振幅の大きさが決まる。

したがって、ラケット面上の打点と衝突速度を与え れば衝突力の波形を得るので、ラケットの任意の点の 応答変位をシミュレーションできることになる⁶.

5.3 ラケットの応答変位振幅の予測

図7は、グリッブ自由(解放)の場合とグリップを 手で支えた場合のラケット応答の比較である⁷⁾. ラケ ット面の極端な先端に速度30 m/s でボールが衝突し たときの衝突直後の変位振幅のシミュレーション結果 である. グリップ手持ちの場合の方が先端部で振幅が やや大きいが、グリップを手で支えた場合とグリップ 自由の応答変位振幅はよく似ている. 図7の下半は、 グリップ自由の場合とグリップを手で支えた場合のラ ケットの基本の振動モード(振動の形)を示す. 白と 黒の境界が振動の節を表す. 節にボールが当たった場 合はフレーム振動は非常に小さい. 手で支えた場合は 振動数が少し低くなるが、振動モードはグリップ自由 の場合とよく似ており、グリップを万力などで固定し た場合に現れる片持ちはりの基本の振動モードは現れ



図7 グリップ解放(自由)の場合と手持ちの場合のラケ ット応答変位振幅の比況(衝突速度30 m/s,先端打 撃)

シミュレーション 第11巻第3号



図8 ストリングス張力の異なるラケットの応答変位振幅 の比較(衝突速度30 m/s, 先端打撃)

tel.

図8は、ストリングス張力の異なるラケットのイン パクトにおける応答変位振幅シミュレーション結果で ある. 衝突速度は30 m/s であり、打点はラケット面 の極端な先端である. ストリングスを強く張ったラケ ットの方の振幅が大きい. ラケットは、質量:366 g、 打球面の面積:110 in²、重心位置:グリップ端より約 325 mm,2節曲げ固有振動数:132 Hz, ストリングス 張力:縦55 b/横33 b および縦45 b/横28 b であ る^{7),8)}.

フレームの振動を考慮した反発係数の予 測

ラケットの任意の打点(A~H)にボールが衝突した瞬間のフレームの応答速度振幅分布を求め、フレームの長さ方向の質量分布を一様とみなせば、フレーム振動による損失エネルギー ΔE₁を求めることができる.

図9は、グリップ端から70mmの位置を支えた静 止ラケットにボール(速度30m/s)が衝突した場合の



平成4年9月

フレームの振動による損失エネルギーを示す。損失エ ネルギー ΔE₁ とボールの衝突前のエネルギーの比 (%)で示してある。ラケットは図8と同じである。 打撃点が中心をはずれるほど、また張力が大きいほど エネルギ損失は大きい。

ボールとストリングスの間の衝突によるエネルギ損 失は反発係数 eBC として考慮してあるので、衝突にお いてフレーム振動を考慮した場合の全エネルギ損失 ΔEは、ラケットの回転による損失エネルギΔE2 とフ レーム振動による損失エネルギΔE1 との和となり、 これがフレームの振動を考慮した場合の反発係数に対 応する.

衝突による全エネルギ損失ΔE(=ΔE₂+ΔE₁)と対応する相対速度に関する反発係数 e₁,あるいは静止したラケットにボールを衝突させた場合のボールの跳ね返り速度と入射速度の比として通常定義される反発係数 e も求めることができる.

図10は、上記のラケット(ストリングス張力:縦 55 /b/横33 /b) についてフレーム振動を考慮した場合 の反発係数を衝突速度に対して予測した結果である。 反発係数はラケット面の根元側ほど大きく、先端と根 元側(オフセンターの打撃)では、衝突速度の増大と ともに反発係数が微妙に低下する。ラケット面の中心 では、衝突速度が大きくなっても反発係数はほとんど 低下しない。

図11は、グリップ解放のノーマル・ラケットにボー ルを衝突させたときの、打点と反発係数の関係につい





図11 ノーマル・ラケットのグリップ解放(自由)におけ る反発係数の計算値(衝突速度30 m/s)と実測値(衝 突速度26.4 m/s)の比較



図12 先端打撃における反発係数の計算値(厚ラケ,デカ ラケ,超軽量,テンションの異なるラケット5種の 比較)

て予測値(衝突速度30.0 m/s)と実測値(衝突速度 26.4 m/s)を比較したものである.計算値と実測値は きわめてよく合っている.

図12は、フレーム剛性、ガット張力、打球面積、質量パランスなど、タイプの異なるラケット5種について、ラケット面の極端な先端で衝突した場合の反発係数を予測したものである。先端ではストリングスを緩

く張ったデカラケ, やや強めに張ったデカラケ, 剛性 の高い厚ラケ, 重心を先端側にシフトして軽量化した 超軽量ラケット, ノーマル (標準的) ラケットの順で 反発係数は大きい. 衝突速度が増すと反発係数は低下 するが, 30 m/s の範囲では, 厚ラケと超軽量ラケッ トの先端打撃における反発係数はあまり低下しない. ラケット面の根元側での衝突における反発係数は、衝 突速度の増大とともに, 高い方からストリングスを緩 く張ったデカラケ, 剛性の高い厚ラケ, やや強めに張 ったデカラケ, ノーマル (標準的) ラケット, 重心を 先端側にシフトして軽量化した超軽量ラケットの順に なる. これらの反発係数の計算結果は, 実測値や経験 的な感応テストの結果とよく一致している^{7),8)}.

7. むすび

ボールとラケットの非線形衝突現象に支配的に影響 する諸因子を考慮した近似モデルと実験的に同定した ラケットの振動モデルを用いて、フレームの振動モー ドを考慮した反発係数を予測した.ボールとストリン グスとフレームの相互作用のメカニズムは従来ほとん ど不明であったが、予測結果は、素朴なモデルである にもかかわらず、経験的あるいは実験的事実をよく説 明する.

反発係数はラケット面の根元側ほど高いが,スイン グにおけるラケットの速度は先端ほど速い. すなわ ち,衝突直前のボールの速度が非常に遅くてラケット 速度が速い場合は,先端側で打撃した方が打球は速 い.逆に衝突前のボールの速度が非常に速くてラケッ トの速度が小さい場合(例えばボレー)は,根元側で 打撃した方が打球は速い.ボールとラケットの衝突前 の速度がともに速い場合は,センターで打撃した方が 打球は速い. しかもセンターで打撃した場合は手に伝 わる振動も非常に小さい.

したがって、ボールの飛びに関するラケット選びに は、ストロークの種類やプレイ・スタイルも関連して くるため、さらに、身体運動を考慮した解析が必要で ある.

おわりに一部資料の提供をいただいたヤマハ㈱スポ ーツ事業部の諸氏,日頃ご討論いただいている日本ス ポーツ産業学会スポーツ工学分科会,精密工学会スポ ーツ用具のダイナミックス専門委員会および日本テニ ス研究会の諸氏に厚くお礼申し上げる.また,実験に ご助力いただいた埼玉工大の卒研生諸君に深く感謝す る.

参考文献

- J. L. Groppel, I. S. Shin, J. A. Thomas and G. J. Welk: The Effects of String Type and Tension on Impact in Midsized and Oversized Tennis Racquets, Inter. J. Sport Biomech., 3, 40/46 (1987)
- 2) 川副: 衝突現象を考慮したテニスラケットの CAE, 日本 機械学会論文集 C 編, 58-552, C 編 (1992)(掲載予定)
- 3) 浅見・宮下・渡辺編:現代体育・スポーツ大系,第7
 巻,講談社,277
- 4) 永田: テニスの動きのウルトラ・アイー動作分析--, J.
 J. Sports Sci., 2-4, 245/259 (1983)

- 5) 川副:テニスラケットの動力学とコンピュータ援用設計,日本機械学会論文集,56-526,C編,1511/1517 (1990)
- 6) 川副:テニスラケットの実験的同定と衝突現象のモデリング、日本機械学会第69期全国大会講論集C,910-53, 187/189(1991)
- 7) 川副:テニスラケットの性能予測,精密工学会春季大会 シンポジウム資料, 14/18 (1992)
- 川副:ボール・ストリングス系の非線形性とフレーム振動モードを考慮したテニスラケットの反発係数分布の解析,日本機械学会 Dynamics & Design Conference シンボジウム講演論文集,77/81(1992)