

ボール・ストリングス系の非線形性とフレーム振動モードを考慮した テニスラケットの反発係数分布の解析*

川 副 嘉 彦*¹

Analysis of Coefficient of Restitution during a Nonlinear Impact between a Ball and Strings Considering Vibration Modes of Racket Frame

Yoshihiko KAWAZOE

The performance of a tennis racket with the coefficient of restitution (COR) is closely related to the impact phenomena. In this paper, the distribution of the coefficient of restitution of a tennis racket when the racket vibrates is predicted using an approximate nonlinear impact model and an experimentally identified vibration model of a tennis racket on the basis of the idea that the COR can be derived from the energy loss during ball-racket impact. The calculated COR, considering the main sources of energy loss such as the impact between the ball and strings, rotation of the racket and vibration of the racket-frame, can explain the experimental results very well.

Key Words: Sports Engineering, Tennis Racket, Impact, Coefficient of Restitution, Nonlinear Restoring Force, Experimental Modal Analysis, Modelling

1. 緒 言

1・1 研究の背景 スポーツ用具は、素材の複合化により設計・製造の自由度が大きくなり、身体的条件や技術的条件の異なる使用者との整合を考慮したきめの細かい設計を目指す段階に至っている。しかし、国枝⁽¹⁾、三浦・宇治橋⁽²⁾、あるいは小林⁽³⁾らが指摘するように、スポーツ用具の設計から生産は明らかに工学の問題でありながら、人間系と機械系(用具系)が絡んでいて現象が複雑であることもあって、工学的な取組みは余りなされておらず、経験と試行錯誤によっているのが現実のようである。

テニスラケットの性能は、ボールとラケットの衝突現象と密接に関連している。テニスにおける衝突現象は、ボールとストリングスの大変形およびラケットの振動をともなう瞬時(ボールとラケットの接触時間は衝突速度が速いほど短く、約3ms~6ms)の複雑な非線形現象であり、インパクト(衝突)におけるボールとラケットの挙動やラケットの特質については不明な点

が多い⁽⁴⁾。したがって、現状では工学が設計に關与する余地は少なく、ラケットの性能も深い経験をもつプレーヤーの打球感覚により評価されている。

テニスラケットの外形寸法・質量分布・フレームの剛性分布・ストリングスの張力などの物理特性に対して、ボールがある速度とある角度でラケットに衝突した瞬間から離れるまでの間(接触時間)にラケットがどのように挙動するか、また、ボールの速度とスピニングがどうなるかが明らかになればラケットの性能が評価できることになる。しかし、従来の反発特性に関する多くの実験^{(5)~(10)}は衝突現象の複雑さを示しているだけであり、衝突挙動の計算機シミュレーション⁽¹¹⁾⁽¹²⁾も反発のメカニズムやストリングスとフレームとボールの相互作用については、ほとんど解明していない。また、ボールとラケットの反発係数を理論的に導出して実測値と対照した研究は、著者の知る限り、ないようである。

著者は前報⁽⁴⁾⁽¹³⁾⁽¹⁴⁾までに、ストリングス周りのフレームを固定した場合のボールとストリングスの反発係数、ボールとストリングスの非線形復原力特性、およびラケットの打撃点に換算した換算質量を導入した近似非線形衝突モデルにより衝突力や衝突時間(接触時間)を求め、実験モード解析に基づいて実験的に同

* 平成4年7月7日 D&D Conference スポーツとヒューマン・ダイナミクス・シンポジウムにおいて講演,原稿受付 平成4年7月27日.

¹ 正員, 埼玉工業大学 (〒369-02 埼玉県大里郡岡部町普濟寺1690).

定したラケットの振動モデルに適用することにより、衝突直後のラケットの応答振幅を予測する方法を示した。さらに衝突速度およびストリングス初期張力が衝突力や衝突時間およびラケットの振動に及ぼす影響についても明らかにした。

1・2 本研究の目的 本論文では、前報⁽⁴⁾⁽¹³⁾⁽¹⁴⁾の解析を基にして、衝突における反発係数がエネルギー損失と密接に関係することに着目し、ボールとストリングスの衝突によるエネルギー損失、ラケットの回転剛体運動によるエネルギー損失、フレームの振動によるエネルギー損失を考慮してラケットの反発係数を理論的に予測する方法と予測例を示す。

大変形をとまなうボールとストリングスの復原力特性は非線形として扱い、振幅の小さいラケット・フレームの振動モデルは線形系として実験的に同定し、ラケット・フレームの振動が接触時間にほとんど影響しないという事実を考慮して、フレームが振動する場合のボールとラケットの反発係数を理論的に導くことに本論文の特長があり、衝突速度が与えられた場合のラケット面上の反発係数分布の予測結果は実験結果および経験的事実をよく説明する。

ボールとラケットの斜め衝突におけるボールの回転(スピン)は、コントロール性を問題にする場合は非常に重要であるが、本論文では反発のメカニズムを明らかにすることが目的であるから、解析をできるだけ簡単にするために、ボールとラケットの正面衝突を想定してボールの回転(スピン)はないものとしている。

2. 衝突現象を支配する主要な因子

2・1 ボールとストリングスの衝突におけるエネルギー損失 図1は、ストリングス周りのラケット・ヘッドを固定してボールをストリングスに衝突させた場合の反発係数(ボールの跳ね返り速度/入射速度) e_{BG} の測定結果⁽⁴⁾である。この実験結果は、従来の多くの文献⁽¹⁵⁾の結果ともほぼ一致しており、通常の衝突速度の範囲において e_{BG} はストリングス張力と衝突速度にほとんど依存しないこと、ガラス、アルミ、木などのラケット・フレーム素材の違いによる差異もほとんどない⁽¹⁵⁾ことを示している。本論文ではこの反発係数 e_{BG} を、フレーム質量が無限に大きい場合のボールとストリングスの衝突におけるエネルギー損失を反発係数 e_{BG} として考慮する。

2・2 ボールとストリングスの非線形復原力特性 高速ビデオ写真⁽¹⁶⁾によると、衝突時のボールはストリングスと接触している片側のみ主に変形しているよ

うに見える。この事実に着目して、衝突において、中心に質量を集中させたボールがストリングスに接触する片側だけ変形すると仮定し、ボールおよびボール・ストリングス複合系の荷重と変形量の実測値に基づいて、ボールの復原力特性 F_B 、ストリングスの復原力特性 F_C 、ボール・ストリングス複合系の復原力特性 F_{CB} を図式的に求めると、図2のようになる⁽⁴⁾。また、最小自乗近似した復原力 F_C, F_B, F_{CB} の変位 X に関する式を微分すると、非線形ばね剛性 K_C, K_B, K_{CB} は図3のようになる⁽⁴⁾。図3から、ボールとストリングスは、変形量が増大するにつれて急激に硬くなることがわかる。

2・3 ボールとラケットの接触時間 ボールとラケットとの衝突実験は、ラケット・フレームの剛性が接触時間(衝突時間)にほとんど影響しないという興味深い結果を示した⁽⁴⁾。これは、ラケット・フレームの振動が接触時間にほとんど影響しないことを意味しており、この事実に基づいて、本論文の接触時間の解析においてはラケット・フレームを剛体と仮定する。

2・4 ラケットの剛体回転運動によるエネルギー損失と換算質量 ボールとラケットの衝突は偏心衝突だから、ラケットは並進運動とともに回転運動をする。

剛体フレームを仮定すると、衝突の瞬間にグリップ位置を支点としてラケットが回転する(打撃点が縦の中心線上にある)場合は、ラケットの打撃点に換算した換算質量 M_r は、

$$M_r = I_A / L_A^2 \dots\dots\dots(1\cdot a)$$

のように表せる⁽⁴⁾⁽¹⁷⁾。ただし、 I_A :ラケット支点(グリップ位置)まわりの慣性モーメント(= $M_R k_A^2$, M_R :ラケット質量, k_A :回転半径), L_A :ラケット支点(グリ

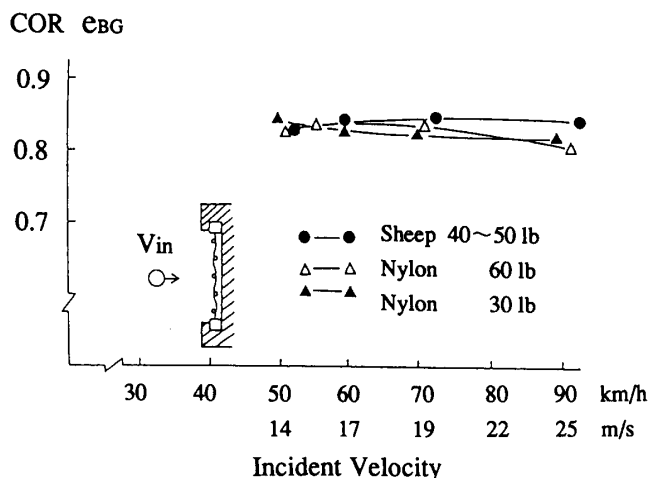


図1 ストリングス周りのフレームを固定した場合のボールの反発係数(跳ね返り速度/入射速度)実測値

ップ位置)と打撃点の距離である。

柔らかいゴムなどで空中にラケットを吊したり、机上にグリップを拘束しないでラケットを立てた状態(グリップ解放あるいはグリップ自由と呼ぶ)では、衝突の瞬間にラケットは重心周りに回転し、打撃点に換算したラケットの換算質量は、

$$M_r = M_R / (1 + a^2/k^2) = I_G / (a^2 + k_G^2) \dots\dots\dots (1 \cdot b)$$

のように書ける。ただし、 I_G : ラケット重心まわりの慣性モーメント ($= M_R k^2$), a : ラケット重心位置と打撃点の距離である。

また、縦の中心線まわりにラケットが回転する(打撃点を中心から横に外れた)場合は、

$$M_r = I_G / (a^2 + k_G^2) \dots\dots\dots (2)$$

のように表せる。ただし、 I_G : ラケットの縦の中心線まわりの慣性モーメント ($= M_R k_G^2$, M_R : ラケット質量, k_G : 回転半径), a : ラケットの縦の中心線と打撃点の距離である。

本論文では、上記のように打撃点に換算した換算質量を導入することにより、衝突におけるラケットの回転運動に使われるエネルギー損失を換算質量として考慮し、剛体ラケットを質点として扱い、運動量保存則を適用する。

2.5 ラケット・ハンドルの支持条件 プレイヤーのスイングをラケットの境界条件としてどのように与えるかというのは難しい問題である。既報⁽¹³⁾⁽¹⁸⁾⁽¹⁹⁾に示したように、ラケット・ハンドル(グリップ)を手で支えた場合の振動モードには、万力固定のとき現れる低い振動数の片持ちモードはあらわれず、手でグリップをしっかり握った場合の振動モードはグリップ解放(自由)の振動モードによく似ている。また、手持ちの場合はグリップ解放に較べて固有振動数が少し下がるが、グリップを腕で支えた場合とグリップを解放した場合とでは、振動モードのラケット面上の節の位置は

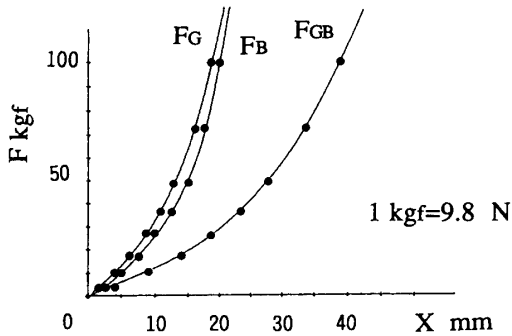


図2 ボール、ストリングス、ボール・ストリングス複合系の非線形復元力特性(ボールが片側のみ変形すると仮定)

ほとんど変わらない。

一方、グリップ部をピン支持した場合とグリップを拘束しない(グリップ自由の場合)の換算質量は、ラケット面の中心付近ではほとんど差がなく、極端な先端や根元側の打撃領域でも差は小さい。

したがって、グリップ支持条件としては固定は不適当なので、本論文では自由あるいはピン支持を採用することにし、実験モード解析に基づくラケット振動特性の同定は手でグリップを握った場合とグリップ自由の場合の両方の条件で行った。

3. ボールとラケットの衝突力と接触時間

3.1 衝突モデルの概要⁽⁴⁾ ラケットの物理特性が反発性能にどのように影響するのかを明らかにするためには、衝突によるラケットの振動を考慮する必要がある。ラケットの振動を予測するためには、ラケットの振動モデル⁽⁴⁾⁽¹³⁾とラケットに作用する衝突力を求める必要がある。ラケット振動特性の同定法の概略については後に述べることにし、この章では、2章に基づいて、衝突力や接触時間を求める。

3.2 衝突力と接触時間の近似解析 ラケットの打撃点に換算した換算質量 M_r を導入すると、ボール・ストリングス複合系の非線形ばね K_{GB} を介して、重心に質量 m_B をもつボールと換算質量 M_r のラケットとが正面衝突するとして衝突現象を扱うことができる。

衝突直前のボールとラケットの速度をそれぞれ V_{Bo} , V_{Ro} とすると、運動量保存則と反発の式から、ボールの衝突後の速度 V_B は、

$$V_B = -V_{Bo}(e_{BG} - m_B/M_r) / (1 + m_B/M_r) + V_{Ro}(1 + e_{BG}) / (1 + m_B/M_r) \dots\dots\dots (3)$$

となり、衝突における力積 $\int F(t)dt$ は、

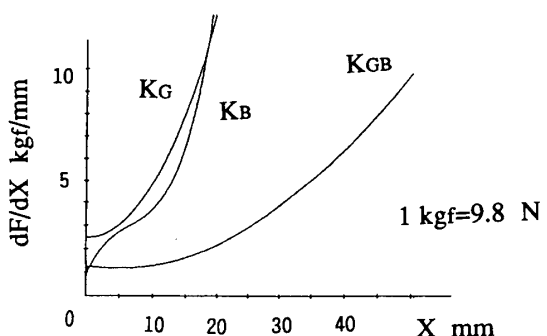


図3 ボール、ストリングス、ボール・ストリングス複合系の非線形ばね剛性(ボールが片側のみ変形すると仮定)

$$\int F(t)dt = m_B V_{Bo} - m_B V_B \dots\dots\dots(4)$$

と書ける。

ボール・ストリングス複合系のばね剛性は、図3に示したように変形量に依存する非線形であり、インパクトの間刻々と変わる。衝突力の時間的変化過程は後に改めて考えることにして、ここでは接触時間 T_c の間一定の等価的な衝突力 F_{MEAN} を仮定して、式(4)の左辺を $\int F(t)dt = F_{MEAN} \cdot T_c$ と置き、 F_{MEAN} に対応するばね剛性を K_{CB} とする。さらに、接触時間をボール・ラケット系の固有周期の1/2として

$$T_c = \pi \sqrt{m_B} / \sqrt{K_{CB}(1 + m_B/M_r)} \dots\dots\dots(5)$$

と表すと、衝突速度 ($V_{Bo} - V_{Ro}$) をパラメータとして F_{MEAN} を K_{CB} の関数として次のように表すことができる。

$$F_{MEAN} = (V_{Bo} - V_{Ro})(1 + e_{BC})\sqrt{m_B} \times \sqrt{K_{CB}} / \pi \sqrt{(1 + m_B/M_r)} \dots\dots\dots(6)$$

一方、ボール・ストリングス複合系の変位に関する復原力 F_{CB} (図2) およびばね剛性 K_{CB} (図3) の特性から、 F_{CB} を K_{CB} の関数として

$$F_{MEAN} = \text{func.}(K_{CB}) \dots\dots\dots(7)$$

のような形で求めることができる。

この2つの F_{MEAN} の式(6)、(7)を図4 (縦軸： F_{MEAN} 、横軸： K_{CB}) のように連立させると、衝突速度 ($V_{Bo} - V_{Ro}$) に対する F_{MEAN} と K_{CB} が図4の交点として定まる。ただし、実際には、これらの値は数値計算により求めている。このようにして衝突速度に対する

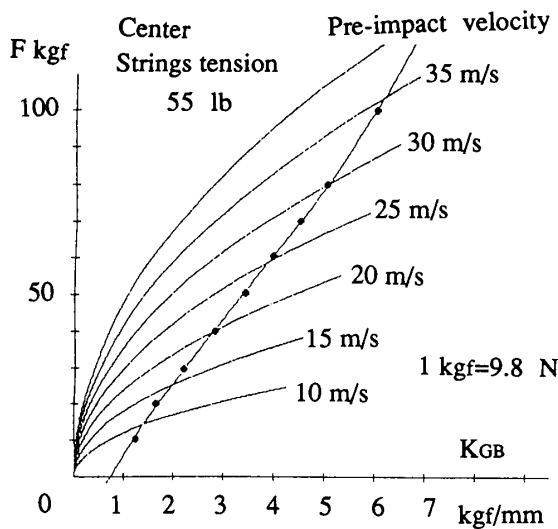


図4 ラケット面中心で打撃した場合の衝突速度に対する等価的な衝突力 F とボール・ストリングス複合系の等価的なばね剛性 K_{CB} の決定法の図表示

K_{CB} が定まると、接触時間 T_c も式(5)から定まる。

図5は、フォアハンド・ストローク実打における接触時間の実測値 (5000 コマ/秒)⁽²⁰⁾ と計算値を比較したものである。衝突速度 26.1 m/s (未熟練者のフラット) のとき接触時間の実測値は 3.4 m/s, 衝突速度 36 m/s (熟練者のフラット) のとき 2.3 m/s であり、計算値と良く合っている。

4. 衝突力波形の近似とラケットの振動振幅の予測

4.1 ラケット面に作用する衝突力波形の近似

ボールとストリングスの接触時間および等価的な衝突力 (衝撃力) の近似解析について3章に述べたが、ラケットの振動には、衝撃力の波形 (時間的変化過程) が影響するから、力積 $\int F(t)dt = F_{MEAN} \cdot T_c$ の条件で、衝撃力波形を実測波形に近い図6左のような正弦半波パルス

$$F(t) = F_{MAX} \sin(\pi t/T_c), (0 \leq t \leq T_c) \dots\dots(8)$$

で近似する。ただし、衝突力の最大値 F_{MAX} は $F_{MAX} = \pi F_{MEAN}/2$ である。式(8)のフーリエ・スペクトル (f は振動数 Hz) は図6右および式(9)のようになる。

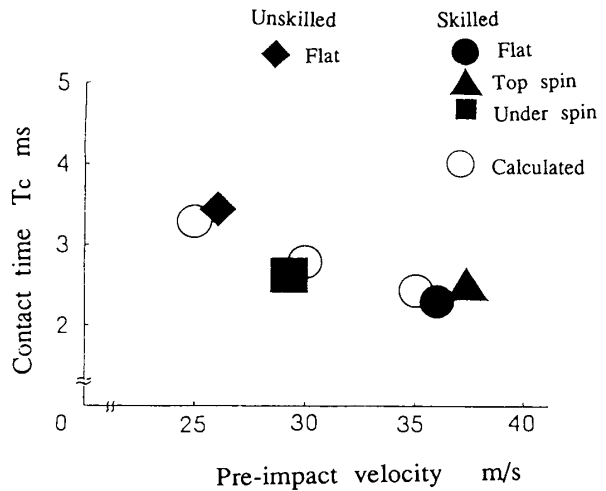


図5 フォアハンド・ストローク実打における接触時間の実測値と計算値の比較

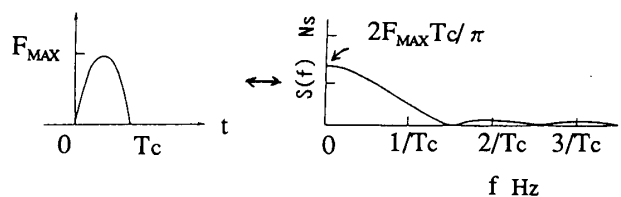


図6 ボールとラケットの衝突における衝突力波形とそのスペクトラム

$$S(f) = \frac{2F_{MAX}T_c}{\pi} \left| \frac{\cos(\pi f T_c)}{1 - (2f T_c)^2} \right| \dots\dots\dots (9)$$

図7は、ラケット面センターでの衝撃力スペクトル計算結果であり、(a)は衝突速度10 m/s, (b)は20 m/s, (c)は30 m/sの場合である。ラケット質量は360 g, グリップ支点位置はグリップ端から70 mm であり、ストリングスの張力は標準値 55 lb である。衝突速度が増すと、衝撃力が増大するとともに高い振動数成分を含むようになる。

4.2 衝突直後のラケットの振動振幅の予測 周波数領域において、ラケットの k 次の固有振動モード (固有振動数 $\omega_k = 2\pi f_k$) に対するラケット面上の点 j における衝撃力成分を $S_j(\omega_k)$ と表すと、ラケット上の点 i における複数年モードを考慮した応答振幅の和 X_{ij} は、

$$X_{ij} = \sum_{k=1}^n r_{ijk} * S_j(\omega_k) = \sum_{k=1}^n \left| \frac{r_{i0k} * r_{0jk}}{r_{00k}} * S_j(\omega_k) \right| \dots\dots\dots (10)$$

と近似できる⁽⁴⁾⁽²¹⁾。ただし、 k : モードの次数 (1~ n), r_{ijk} : 任意の点 i と j の間の k 次の振動モードのレジデュ (留数), r_{i0k} : 実験モード解析から得られたラケット上の打撃点 i と固定された応答点 (参照点) 0 の間の既知の留数, r_{j0k} : (= r_{j0k}) 打撃点 j と応答点 0 の間の既知の留数, r_{00k} : 参照点 (ピックアップ部) 0 における既知の駆動点留数である。

したがって、衝突速度とストリングス面上の衝突点を与えると、ラケット各点の応答変位振幅の大きさが式(9)、(10)を用いて予測・評価できることになる。

図8は、ラケット・グリップ解放 (自由) の状態および

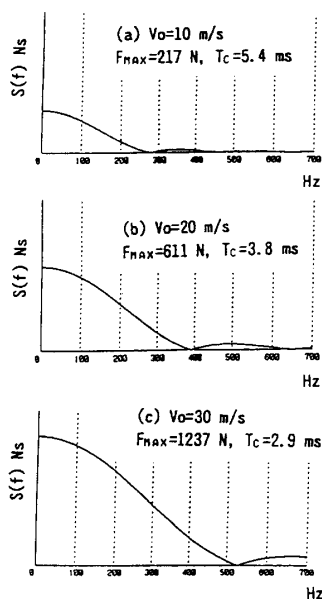


図7 衝突速度と衝撃力のスペクトラム

び手でしっかりグリップを握った状態で実験的に同定したラケットの振動モデルを用いて、ラケット面の極端な先端に速度 30 m/s でボールが衝突したときの、グリップ自由の場合とグリップ手持ちの場合の衝突直後の振動変位振幅を予測した結果 (基本振動モードのみ考慮した場合) である。グリップ手持ちの場合の方が先端部で振幅がやや大きい、グリップ手持ちとグリップ自由の応答変位振幅はよく似ている。図8の下半は、グリップ自由の場合とグリップを手で支えた場合のラケットの基本振動モード (振動の形) であり、白と黒の境界が振動の節を表す。ラケットの残留振動については本論文では触れていないが、グリップ手持ちの場合の減衰は容易に推測されるようにグリップ自由に較べて大きく、残留振動は速やかに減衰することになる。

グリップ支持条件の違いによるラケットの振動応答および反発係数の詳細な検討は別報に示す。

図9は、ボールとラケットの衝突位置が異なる場合の衝突直後 (衝突速度 30 m/s) のラケットの振動変位振幅の予測結果 (一次振動モードのみを考慮した場合) であり、グリップ端から 70 mm の位置でラケットを支えている。振動モードの節にボールが当たった場合はフレーム振動は非常に小さい。

5. 衝突におけるエネルギー損失

5.1 ラケット・フレームの振動によるエネルギー損失

ラケット面の任意の打点にボールが衝突したときのフレームの振動速度振幅分布を求め、フレームの質量分布を与えれば、フレーム振動によるエネルギー損失 ΔE_1 を以下のように求めることができる。

ラケット質量を M_R とし、フレームの長さ方向の質

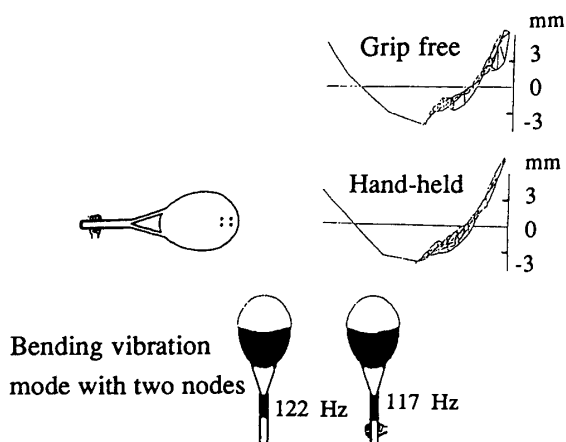


図8 ラケット面の極端な先端にボールが衝突したとき (速度 30 m/s) の、グリップ手持ちの場合とグリップ自由の場合の衝突直後の変位振幅の予測結果

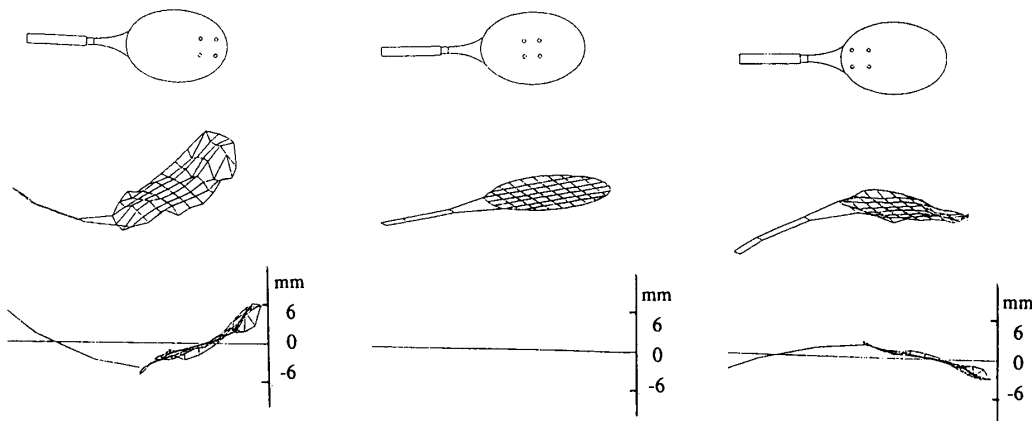


図9 衝突位置と衝突直後のラケットの振動変位振幅の予測結果
(衝突速度 30 m/s, 基本振動のみ考慮, 衝突位置: ラケット面先端, 中心, 根元)

量分布を一様とすれば, 任意の打点にボールが衝突した場合のフレーム振動速度振幅分布 (変位を微分したもの) から求めたフレーム平均速度振幅 V_m を用いて, フレーム振動によるエネルギー損失 ΔE_1 は, 次のように書ける.

$$\Delta E_1 = M_r \cdot V_m^2 / 2 \quad \dots\dots\dots (11)$$

図10は, フレームの振動による損失エネルギー ΔE_1 とボール (速度 30 m/s) の衝突前のエネルギーの比 (%) をあるラケット (質量: 366 g, 打球面の面積: 110 in², 重心位置: グリップ端より約 325 mm, 2 節曲げ固有振動数: 132 Hz, ストリングス初期張力: 縦 55 lb/横 33 lb および縦 45 lb/横 28 lb) について予測したものである. ただし, 静止ラケット ($V_{r0}=0$) にボールが衝突した場合であり, 三次までの振動モードを考慮し, フレームの長さ方向の質量分布を一様とみなしている. ストリングスを強く張ると, ラケット面中心を外れた場合にフレーム振動によるエネルギー損失が大きくなる.

衝突におけるフレームの振動によるエネルギー損失は, 衝突速度と打撃点の位置で決まり, ラケットの振動モードの節⁽¹³⁾ との関連で, ラケット面の中心 (センタ) 打撃では, フレームの振動によるエネルギー損失はほとんどなく, 先端や根元打撃で損失が大きい.

既報⁽⁴⁾ に示したように, センタ打撃の場合の反発係数の実測値は, ラケットフレームの振動を無視した場合の計算値にきわめて近く, センタを外れた場合の実測値は振動を無視した場合の計算値より低下する. これは, 振動によるエネルギー損失の割合が大きいほど, 反発係数が低下することを示している.

5.2 ボールとストリングスのエネルギー損失とラケットの剛体回転運動によるエネルギー損失
ボールとストリングスの衝突によるエネルギー損失は反発

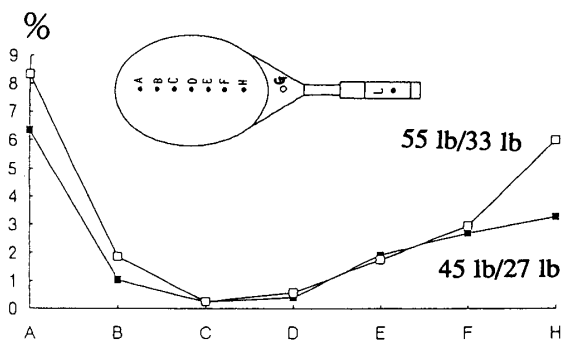


図10 フレームの振動によるエネルギー損失と打点

係数 e_{BC} として考慮した. ラケットの剛体回転運動によるエネルギー損失は以下のように求めることができる.

ストリングス周りのフレームを固定した場合のボールとストリングスに固有の反発係数 e_{BC} (図1) と打点に換算したラケットの換算質量 M_r を用いると, 静止したラケット ($V_{r0}=0$) にボールが衝突するときの衝突後のボール速度 V_B とラケット速度 V_R は, 式(3)の導出と同様に,

$$V_B = -V_{B0}(e_{BC} - m_B/M_r) / (1 + m_B/M_r) \quad \dots (12)$$

$$V_R = V_{B0}(1 + e_{BC}) / (1 + M_r/m_B) \quad \dots\dots\dots (13)$$

となる. したがって, ラケットの剛体回転運動によるエネルギー損失 ΔE_2 を以下のように衝突速度 V_{B0} の関数として求めることができる.

$$\begin{aligned} \Delta E_2 &= [m_B V_{B0}^2 - (m_B V_B^2 + M_r V_R^2)] / 2 \\ &= [m_B \cdot M_r / (m_B + M_r)] \cdot (1 - e_{BC}^2) V_{B0}^2 / 2 \quad \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

ただし, m_B はボールの質量である.

6. ラケット・フレームの振動を考慮した反発係数

6.1 ボールとラケットの反発係数導出 衝突における全エネルギー損失 ΔE は、ボールとストリングスの衝突およびラケットの剛体回転運動によるエネルギー損失 ΔE_2 とフレーム振動によるエネルギー損失 ΔE_1 との和となり、これがフレームの振動を考慮した場合の反発係数に対応する。

質量 m_B のボールと換算質量 M_r のラケット ($V_{Ro} = 0$) との衝突における全エネルギー損失を $\Delta E (= \Delta E_2 + \Delta E_1)$ とし、対応する相対速度に関する反発係数を $e_r (= (V_R - V_B)/V_{Bo})$ とすれば、

$$V_B = V_{Bo} - V_{Bo}(1 + e_r)/(1 + m_B/M_r) \dots\dots\dots (15)$$

$$V_R = V_{Bo}(1 + e_r)m_B/(M_r + m_B) \dots\dots\dots (16)$$

と書ける。したがって、

$$\begin{aligned} \Delta E &= [m_B V_{Bo}^2 - (m_B V_B^2 + M_r V_R^2)]/2 \\ &= [m_B \cdot M_r / (m_B + M_r)] \cdot (1 - e_r^2) V_{Bo}^2 / 2 \end{aligned} \dots\dots\dots (17)$$

の関係が成り立ち、相対速度に関する反発係数 e_r は、全エネルギー損失 ΔE が既知であれば以下のように求めることができる。

$$e_r = \sqrt{1 - 2 \cdot \Delta E \cdot (m_B + M_r) / (m_B \cdot M_r \cdot V_{Bo}^2)} \dots\dots\dots (18)$$

ここで、実測値との対照の便宜のため、相対速度に関する反発係数 e_r の代わりにボールの跳ね返り速度 V_B と入射速度 V_{Bo} の比を反発係数 $e (= -V_B/V_{Bo})$ として定義すれば、式(13)、(18)から反発係数 e を以下

のように求めることができる。

$$e = \sqrt{1 - 2 \cdot \Delta E \cdot (m_B + M_r) / (m_B \cdot M_r \cdot V_{Bo}^2)} - m_B(1 + e_{BG}) / (m_B + M_r) \dots\dots\dots (19)$$

6.2 反発係数の計算結果 図11は、図10に示したラケットについてフレーム振動を考慮した場合の反発係数 e を衝突速度に対して予測した結果である。

オフセンタの打撃では、衝突速度の増大とともに反発係数が微妙に低下する。

図12は、質量360g、打球面の面積97in²、重心位置：グリップ端より約308mm、2節曲げ固有振動数：122Hzの標準的ラケットにボールを衝突させた(衝突速度30.0m/s)ときの反発係数分布の予測結果をフレームの剛性分布が似ている(側面から見たフレームのシルエットが似ている)ノーマルラケットの実測値(衝突速度26.4m/s)と比較したものである。計算においてラケットの振動モードは三次まで考慮している。図12の反発係数分布の予測値と実測値はよく合っている。

7. 結 論

衝突の際には、接触点の付近の局所的な変形が生じ、変形に対する抵抗が、大きい瞬間力として現れる。また、復原特性を有する物体は反発の現象を示し、その度合いが反発係数として力学の中へ導入されている。し

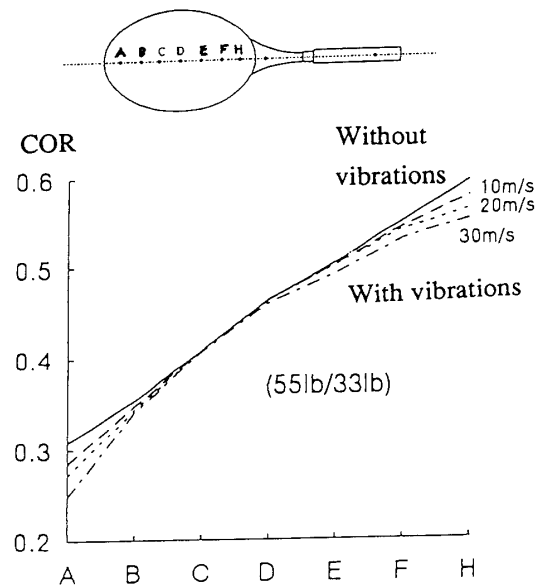


図11 フレーム振動を考慮した反発係数分布の予測値

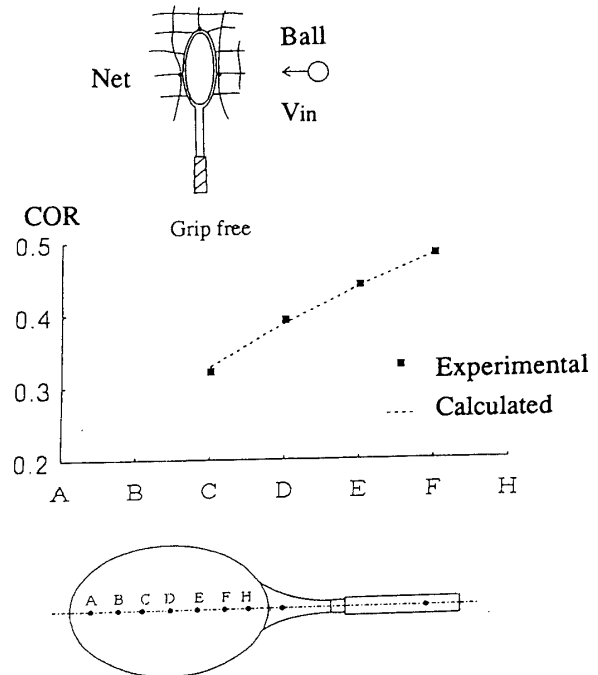


図12 グリップ解放(自由)における反発係数分布の予測値(衝突速度30m/s)と実測値(衝突速度26.4m/s)の比較

かし、実際の衝突において衝突時間(接触時間)は有限であり、反発係数および接触時間は衝突速度に依存する。従来、このような現実の衝突現象を説明するような理論的モデルは皆無であり、そのメカニズムは不明であった。

本研究では、ボールとラケットの非線形衝突現象に支配的な諸因子を考慮した近似衝突モデルと実験的に同定したラケットの振動モデルを用いて、エネルギー損失と反発係数の関係に基づいてラケット・フレームの振動を考慮した反発係数を導出した。衝突速度を与えた場合のラケット面上の打点に対する反発係数分布の予測値は実験結果をよく説明する。

ラケットの反発性能は、ラケット自体の物理特性のほかに打撃点と衝突速度によっても異なる。したがって、現実のスイングにおける打球速度にはストロークの種類やプレイ・スタイルも関連するから、さらに身体運動を考慮した解析が必要である。

おわりに一部資料の提供をいただいたヤマハ(株)スポーツ事業部の諸氏、日頃ご討論いただいている日本スポーツ産業学会スポーツ工学分科会、精密工学会スポーツ用具のダイナミクス専門委員会および日本テニス研究会の諸氏に厚くお礼申し上げます。また、埼玉工大・平成3年度4年生前川智之、緑川透、松田洋尚の各君には実験にご助力いただいた。深謝する。

文 献

- (1) 国枝, 機誌, 90-818(1987), 38.
- (2) 三浦・宇治橋, 機誌, 95-888(1992), 967.
- (3) 小林, 機誌, 95-888(1992), 971.
- (4) 川副, 機論, 58-552, C(1992), 2467.
- (5) Watanabe, T., Ikegami, Y. and Miyasita, M., *Medicine and Science in Sports*, 11(1979), 359.
- (6) Baker, J. A. W. and Putnum, C. A., *Research Quarterly*, 50(1979), 164.
- (7) Elliott, B. C., *Medicine and Science in Sports*, 14(1982), 348.
- (8) Grabiner, M. D., Groppe, J. L. and Campbell, K. R., *Medicine and Science in Sports*, 15(1983), 542.
- (9) Knudson, D. V., *J. of Human Movement Studies*, 17(1989), 1.
- (10) J. L. Groppe・ほか3名, *Inter. J. Sport Biomech.*, 3(1987), 142.
- (11) 松久・ほか3名, 機講論, No. 900-14(1990), 12.
- (12) 山口・大貫・岩壺, 機論, 58-551, C(1992), 2165.
- (13) 川副, 機論, 58-526, C(1990), 1511.
- (14) 川副, 機論, 59-558, C(1993), 521.
- (15) 浅見・宮下・渡辺編, 現代体育・スポーツ大系, 7(1984), 277, 講談社.
- (16) 川副, 第5回計算力学講論集, No. 920-92(1992), 275.
- (17) 川副, スポーツ工学シンポジウム講論集, No. 920-89(1992), 74.
- (18) Kawazoe, Y., *Theoretical and Applied Mechanics*, 41(1992), 3.
- (19) 川副, 第68期全国大会講論集, No. 900-59(1990), 222.
- (20) 永田, *J. J. Sports Sci.*, 2-4(1983), 245.
- (21) 川副, 第69期全国大会講論集, No. 910-62, C(1991), 187.