

テニスにおけるボール・ラケット系の衝突現象の解析* (フレーム振動の影響とラケットの最適設計)

川 副 嘉 彦*¹, 神 田 芳 文*²

Analysis of Impact Phenomena with a Ball-Racket System in Tennis (Effects of Frame Vibrations and Optimum Design of a Racket)

Yoshihiko KAWAZOE and Yoshifumi KANDA

The performance of a tennis racket in terms of the coefficient of restitution (COR) is closely related to the impact phenomena. This paper investigates the effects of the frame vibrations on the coefficient of restitution and the contact time during the impact between a composed ball/string system and a simulated frame model using a FEM simulation and a modal analysis. The results show that the COR is mainly affected by a rigid motion and a bending vibration with two nodes of the racket frame. Results also show that the COR increases with an increase of frame stiffness, but it saturates at a certain stiffness depending on the impact velocity. Furthermore, the COR increases as the impact point comes as close as possible to the center of rotation and to the node of vibration of the racket frame.

Key Words: Dynamics of Machinery, Vibration of Moving Body, Transient Response, Finite-Element Method, Modal Analysis, Impact, Coefficient of Restitution, Tennis Racket, Optimum Design

1. 緒 言

1・1 研究の背景と問題点の所在 スポーツ用具は、素材の複合化により設計・製造の自由度が大きくなり、身体的条件や技術的条件の異なる使用者との整合を考慮したきめの細かい設計を目指す段階に至っている。

ラケットの質量分布・剛性分布・外形寸法・ストリングスの張力などの物理特性に対して、ボールがある速度とある角度でラケットに衝突した瞬間から離れるまでの間（接触時間）にラケットがどのように挙動するか、また、ボールの速度とスピンのようになるかが明らかになればラケットの性能が評価できることになる。

しかし、ボールとラケットの衝突は、ボールとストリングスの大変形およびフレームの振動を伴う瞬時（接触時間は約6msから3msであり、衝突速度が大きいほど短い）の非線形現象であり、現実のストロークでは人間系がからんでくるのでさらに複雑であり、厳密な解析はむずかしい。したがって、ストリングス、

フレームおよびボールの相互作用がラケット性能にどのように影響するかというメカニズムについては不明な点が多い⁽¹⁾。

松久ら⁽²⁾はテニスボールおよびストリングスを1自由度振動系に、フレームを断面一様のはりに、腕を有限自由度に近似したモデルによりボールとラケットの正面衝突における反発特性について研究している。それによると、反発特性におよぼすフレームの曲げ剛性の影響は現実のラケットではほとんどなく、ストリングスをゆるく張るほど反発は良い。簡単にインパクトの本質をとらえたモデルであるが、ストリングス復原力特性の強い非線形性が考慮されておらず、打撃点とフレームの振動モードとの関連についても言及していない。

また、山口ら⁽³⁾は、ボール、ストリングスを有限自由度の線形ばね-質点系に近似し、フレームを断面一様のはりに近似してボールとラケットの正面衝突における反発特性を有限要素法計算により調べている。興味深い研究であるが、以下のような問題点が残されている。すなわち、(1)衝突速度一定(30 m/s)の条件でストリングスのばね定数の影響を調べているが、衝突速度が非常に小さい範囲を除くと、ボールとストリングス(俗称ガット)の等価的ばね定数は、非線形復原力特

* 原稿受付 平成4年10月23日。

¹ 正員, 埼玉工業大学 (〒369-02 埼玉県大里郡岡部町普濟寺1690)。

² 正員, 成蹊大学工学部(〒180 武蔵野市吉祥寺北町3-3-1)。

性によりストリングスの初期張力を変えても大きくは変わらず、衝突速度の大小でほぼ決まる⁽⁴⁾。衝突速度が20 m/s程度になると、ストリングスの初期張力が異なっても接触時間および衝突力はほとんど変わらないという実測結果⁽⁵⁾もある。また、(2)はりの固有振動数とボールの固有振動数のマッチングの観点から反発特性が議論されているが、ストリングスのばね剛性はボールのそれに比較的近い⁽⁶⁾ので、はりの固有振動数はボール・ストリングス複合系の固有振動数と対比されるべきであろう。また、(3)衝突は瞬時の過渡現象であり、ボール・ガット系の固有振動数は非線形復原力特性により変形の増大とともに変化し、衝突力スペクトルは周波数零からの成分を含む⁽⁹⁾。衝突速度が増大すると等価的ばね定数も増大するから、ボール・ガット系の固有振動数は衝突速度によっても大きく異なる。このような現象において、固有振動数のマッチングの概念は考えにくい。この問題も検討の余地がある。さらに、(4)はりの重心に近い位置で衝突した場合に反発が良い理由は、両端自由はりの一次振動モードが支配的だからであろうという推察がなされている。しかし、はりの剛性が低い場合、振動の腹の位置で衝突すると反発が急激に低下し、節の位置で衝突するときはほとんど低下しないという計算結果と上記の推測は矛盾する。(5)衝突におけるボールとストリングスのエネルギー損失は無視されているが、これについても検討の余地がある。

高塚⁽⁶⁾は、ラケットの重心に近いストリングス面の根元側(オフ・センター)での打撃を想定し、実測値に基づいて、ボールを集中質量とばね、ストリングスをばね、フレームを等価的な2質点・1ばね系に置き換えて、最終的に減衰のない3質点・2ばね系モデルにより反発特性とフレーム剛性の関係を調べている。これは、衝突系を簡易化したモデルであるが、フレーム曲げ剛性を高くすると(曲げ振動数を高くすると)反発特性が増すという実験的あるいは経験的評価を定性的によく説明している。しかし、このモデルによる計算では衝突実験から求めた諸数値を使用しており、衝突速度や衝突点を任意に与えた場合の解析はできない。

一方、川副⁽⁷⁾⁻⁽⁹⁾は、ボールとストリングスの強い非線形復原力特性とエネルギー損失を考慮したボール・ストリングス複合系の1自由度モデルと剛体フレームの衝突解析から衝突力と接触時間を求め、これを実験的に同定したラケットの振動モデルに適用することによりラケットの応答を求め、ラケットの反発係数分布を予測した。衝突速度と衝突位置を与えた場合の反発

係数分布の予測値は実験結果をよく説明し、反発性能に関する衝突現象のメカニズムに見通しのよい説明を与える。このモデルは実打実験におけるラケット・ハンドルおよび手首関節の振動加速度波形についても物理的説明を与えることができる⁽¹⁰⁾。しかし、ボールとラケットの衝突における接触時間や衝突力の導出過程に剛体フレームを仮定しており、その根拠についての理論的証明はない。

1・2 本研究の目的 本論文では、ボール・ストリングス複合系を前報⁽⁸⁾と同様に1自由度近似し、フレームを段付はりで近似して、有限要素法により衝突挙動のシミュレーションを試みる。段付はりの有限要素モデルは、重心位置と2次までの固有振動数を実系に一致させている。さらに、衝突におけるボールとストリングスのエネルギー損失についても吟味し、ボールとラケットとの接触時間や反発特性におよぼすフレーム振動の影響を解析的にも明らかにする。ただし、ボールとラケットの正面衝突を想定してボールの回転(スピン)はないものとする。

2. 衝突モデルとシミュレーション計算法

2・1 ボール・ストリングス複合系の1自由度モデル

2・1・1 ボール・ストリングス複合系の等価ばね定数

図1(a)は、ストリングス周辺のフレーム(ラケットヘッド)を固定したラケットにボールが速度 V_{B0} で衝突する場合を想定したボール・ストリングス複合系の1自由度モデルを示す。衝突時のボールはストリングスと接触する片側のみ変形するとし、ボールの中心に質量を集中させたボールがボールとストリングスの複合ばねと複合減衰を介して固定したフレームに衝突するとみなしている。図1(b)は、図1(a)のボール・ストリングス複合系がラケット・フレームを模擬した

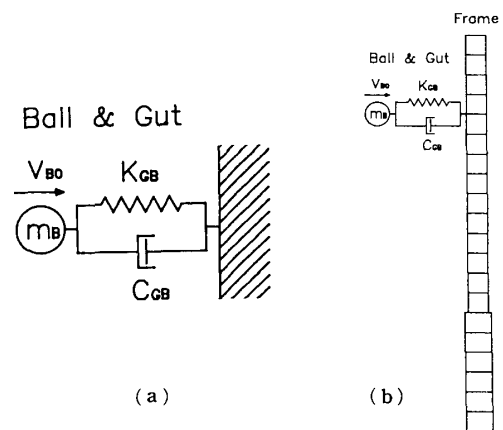


図1 ボール・ストリングス複合系とラケット・フレームモデル

段付はりに衝突するモデルである。

図1(a)のボール・ストリングス複合系のばね剛性 K_{CB} は衝突速度に大きく依存し、変形の増大とともに硬くなる⁽⁵⁾。したがって、ばね剛性は衝突(インパクト)の間も刻々と変化する。そこで、フレーム剛性が接触時間にはほとんど影響しないという実験結果⁽⁶⁾に基づいて、接触時間に関してはフレームを剛体と仮定し、接触時間はボール・ストリングス複合系と剛体フレームから成る系の固有周期の1/2と仮定する。そうすると、接触時間 T_c の間一定の等価的な力 $F_{MEAN}(\int F(t)dt = F_{MEAN} \cdot T_c)$ を導入することにより、任意の衝突速度におけるボール・ストリングス複合系の等価ばね定数 K_{CB} を求めることができる⁽⁶⁾。図2は、ラケットのストリングス両先端、中心、根元側にボールが衝突した場合のボール・ストリングス複合系の等価ばね定数 K_{CB} の計算結果であり、横軸は衝突速度である。ラケットは従来形のノーマル・ラケット(標準的なフレーム剛性)であり、質量:360 g, ストリングス初期張力 55 lb {246 N}, 素材:ファイバグラス・グラファイト・ケブラである。

ボール・ストリングス複合系の等価ばね定数はラケット面の衝突位置によっても多少異なるが、本論文では特にフレームの振動が接触時間やボールのはね返り速度にどのように影響するのかを調べるのが目的であるから、対象ラケットの打撃面上の平均的な値を採用して衝突計算を試みる。すなわち、衝突速度が 20 m/s のとき $K_{CB} = 2.74 \cdot 10^4$ N/m, 30 m/s のとき $5.0 \cdot 10^4$ N/m, 40 m/s のとき $8.33 \cdot 10^4$ N/m を使用する。

2.1.2 ボール・ストリングス複合系の等価減衰係数

図1(a)のボール・ストリングス複合系において、ボールの変位 x_1 および速度 $dx_1/dt (= V_B)$ を導き、ボールとストリングスの変形がもとにもどったときにボールがストリングスを離れるから $t = T_c$ (T_c : フレーム

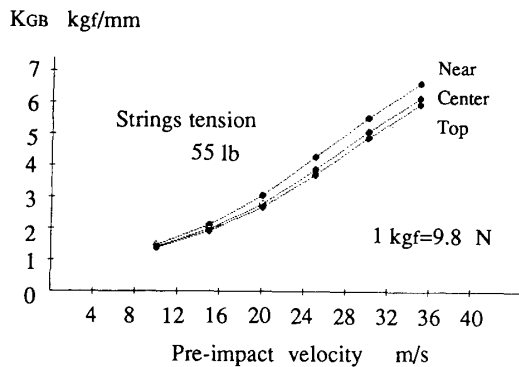


図2 ボール・ストリングス複合系の等価ばね定数と衝突速度

ームを固定した場合の接触時間)のときの変位 x_1 を零とおくと、接触時間 T_c を得る。また、接触時間 T_c を dx_1/dt の式に代入するとボールがストリングスを離れるときのボールの速度 V_B を得る。すなわち、接触時間 T_c およびボールがストリングスを離れるときのボール速度 V_B は以下のように表せる。

$$T_c = \pi/\omega_d \dots\dots\dots (1)$$

$$V_B = -V_{Bo} \exp(-\Omega\zeta T_c) \dots\dots\dots (2)$$

ただし、

$$\Omega = \sqrt{K_{CB}/m_B}, \zeta = C_{CB}/2\sqrt{m_B K_{CB}},$$

$$\omega_d = \Omega\sqrt{1-\zeta^2} \dots\dots\dots (3)$$

フレームを固定したストリングスにボールが衝突する場合、通常のスイング速度に相当する衝突速度では、反発係数(ボールのはね返り速度と入射速度の比)は張力と衝突速度にほとんど依存せず、図3のようにほぼ一定になる⁽⁶⁾。この反発係数の値 0.83 をボールとストリングスという素材の間の衝突における固有の反発係数とみなすと、図1(a)におけるボールのはね返り速度は

$$V_B = -0.83 V_{Bo} \dots\dots\dots (4)$$

と表せる。式(2)と式(4)から1自由度ボール・ストリングス複合系モデルの等価減衰係数比 ζ は衝突速度に依存せず約 0.059 となる。複合系の等価ばね剛性 K_{CB} は衝突速度の増大とともに大きくなるから、複合系の減衰係数比 ζ が衝突速度に依存しないということは、減衰係数 C_{CB} が $\sqrt{K_{CB}}$ に比例して衝突速度の増大とともに大きくなることを意味している。

2.2 フレームモデル

図1(b)は、ラケット・フレームを模擬した拘束のない(自由な)段付はりに図1(a)のボール・ストリングス複合系が衝突するモデ

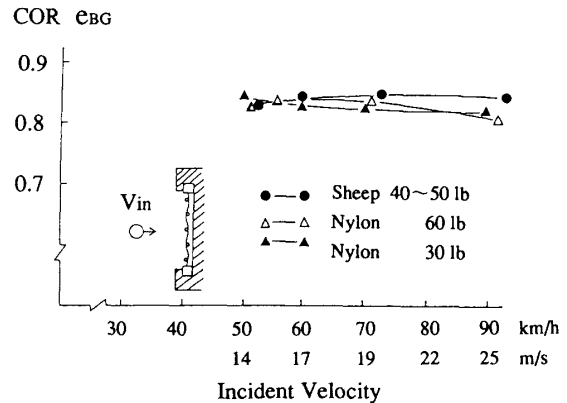


図3 フレーム(ラケット・ヘッド)を固定したストリングスにボールが衝突する場合の反発係数(ボールのはね返り速度と入射速度の比)

ルである。このモデルは、グリップ側 204 mm とトップ側 476 mm の 2 本の断面一様なはりから構成される段付はりにすることにより、全長 ($L=680$ mm)、全質量 (360 g、ストリングスの質量を含む)、重心位置 (グリップ端から 308 mm)、1 次 (2 節曲げ) および 2 次 (3 節曲げ) の固有振動数 (それぞれ 122 Hz、および 337 Hz) をラケット実系に一致させている。このときの等価曲げ剛性 EI および等価な単位長さ当りの質量 ρA は、グリップ側でそれぞれ $EI_1=146$ Nm² および $\rho A_1=0.696$ kg/m、トップ側でそれぞれ $EI_2=128.5$ Nm² ($=0.88EI_1$) および $\rho A_2=0.458$ kg/m ($=0.659\rho A_1$) である。このモデルを使って接触時間におよぼすフレーム振動の影響をシミュレーションにより調べる。図 4 は、段付はりの振動モードである。1 次モードの節の位置はグリップ端から 0.200 L および 0.769 L であり、2 次モードは 0.125 L、0.484 L、および 0.864 L である。3 次の振動数も実測値に非常に近い。

2.3 シミュレーション計算法 図 1 (b) のモデルはボールを 1 質点とし、フレーム (段付はり) を 20 個のはり要素に分割して有限要素法により離散化した。実際にラケットを使用する場合の状況をラケットの境界条件としてどう与えるかということは未解決の問題であるが、手でラケット・ハンドルを支えた状態での実験モード解析による振動モードがラケットを拘束しない (実験では軟らかいスポンジの上に横たえた) 状態での振動モードによく似ている⁽¹⁰⁾ ことから、ここでは、ラケットの境界条件は全周囲自由とした。自由度は全系で 43 となる。シミュレーションは Runge-Kutta 法に基づく直接積分により行った。時間刻み Δt は $10^{-7} \sim 10^{-6}$ 秒である。なお、衝突の終了は、ボール・ストリングス複合ばね K_{CB} が圧縮から引張りに転ずることから判断した。

3. シミュレーション計算結果と考察

3.1 衝突挙動とボールのはね返り速度 ボール

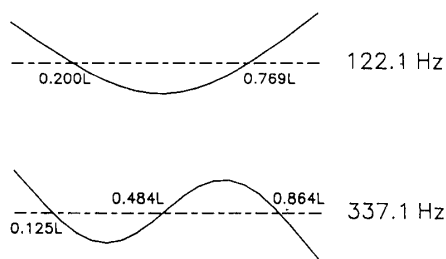


図 4 ラケット・フレームを模擬した段付はりの振動モード

が速度 20 m/s で静止ラケットに衝突する場合の衝突挙動の計算結果を図 5, 図 6, 図 7 に示す。それぞれの図の (a) は対象ラケット ($EI_1=146$ Nm²) であり、(b) はフレーム剛性を約 68 倍 ($EI_1=9999$ Nm²) に高めた場合である。図 5, 図 6, 図 7 は、打撃領域のそれぞれグリップ側 (0.60 L)、中央 (0.75 L)、トップ側 (0.90 L) に衝突した場合であり、打撃点 0.75 L はフレームの 1 次 (2 節) 振動の節の近くである。それぞれの図の上段はボールの変位とはりモデルの打撃点および両端の変位の時刻歴であり、中段はそれらの速度である。下段はボールおよびフレーム (段付はり) の変形の時系列的变化を示す。ボールの変位と段付はりの衝突点の変位が一致したときにボールがラケットから離れることになる。それぞれの図の (c) は、 $EI_1=146$ Nm² の場合の変形から、 $EI_1=9999$ Nm² の場合の変形を引いたものを時系列的に描いたものである。これらの図より次のことがわかる。(1) $EI_1=9999$ Nm² のフレームはほとんど剛体とみなせる。(2) 打撃点 0.60 L、0.90 L では、衝突終了時にフレームに振動によるかなりの変形が残り、その形状はフレームの 1 次振動モードに近い。(3) 打撃点 0.75 L ではフレームの振動による変形は小さい。(4) フレームの重心点 (0.453 L) から離れるに従ってフレームの回転は大きくなる。

3.2 反発係数におよぼすフレーム振動の影響

図 8 は、対象フレーム ($EI_1=146$ Nm²) と剛体フレーム ($EI_1=9999$ Nm²) について打撃点による反発係数 (ボールのはね返り速度と入射速度の比) の変化を調べた結果である。剛体フレームでは、重心点から離れるに従ってほぼ直線的に反発係数が減少していくのに比べて、対象フレームでは剛体フレームの変化に加えて、フレームの一次振動の節の位置 (0.769 L) から離れるに従って反発係数が減少していることがわかる。

3.3 接触時間におよぼすフレーム振動の影響

図 9 は、減衰を考慮した場合 ($\zeta=0.059$) と無減衰の場合について、対象フレームおよび剛体フレームの打撃点における接触時間の変化を調べた結果である。この図から、打撃点が重心点から離れる (先端側) ほど接触時間は短くなること、フレームの剛性およびボール・ストリングス複合系の減衰の差異による接触時間の差はほとんどないことがわかる。

4. ボール・ラケット系の衝突解析とラケットの反発性能についての考察

4.1 ボール・ストリングス複合系と剛体フレームの衝突解析 考察の便宜のため、図 10 に示すように

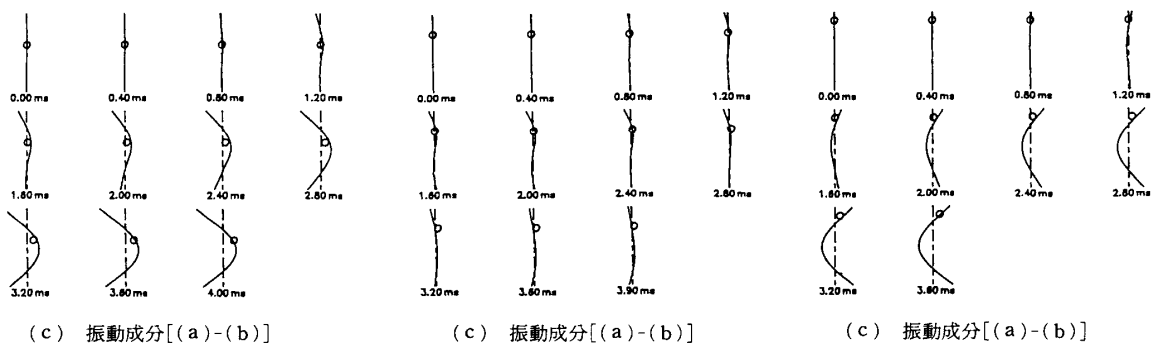
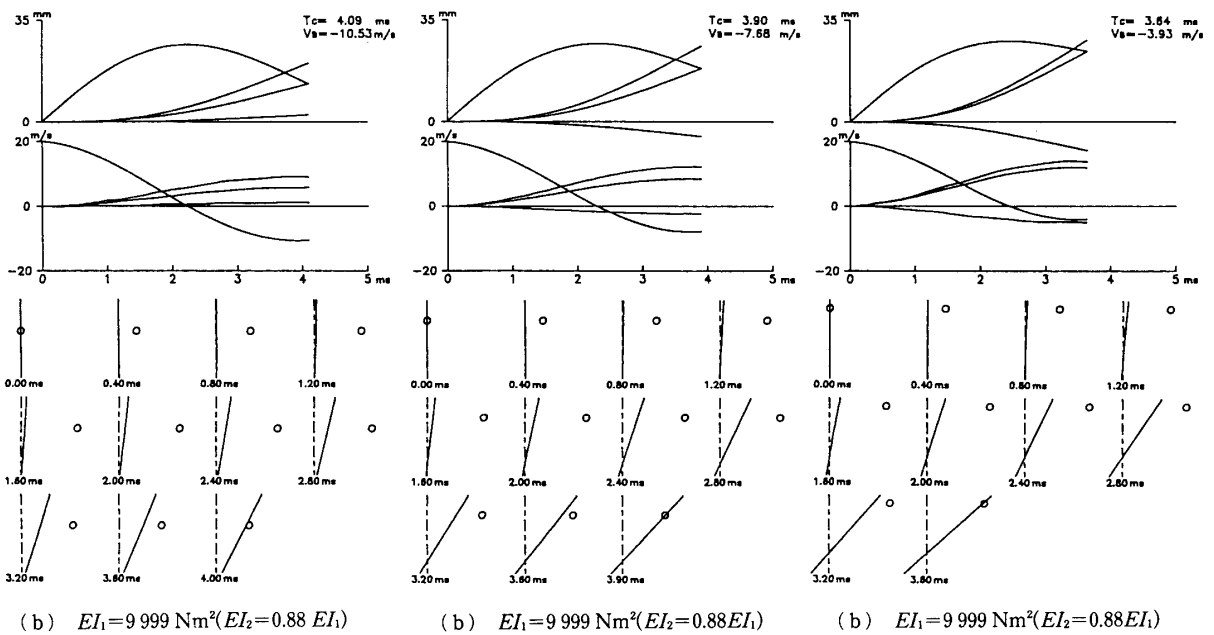
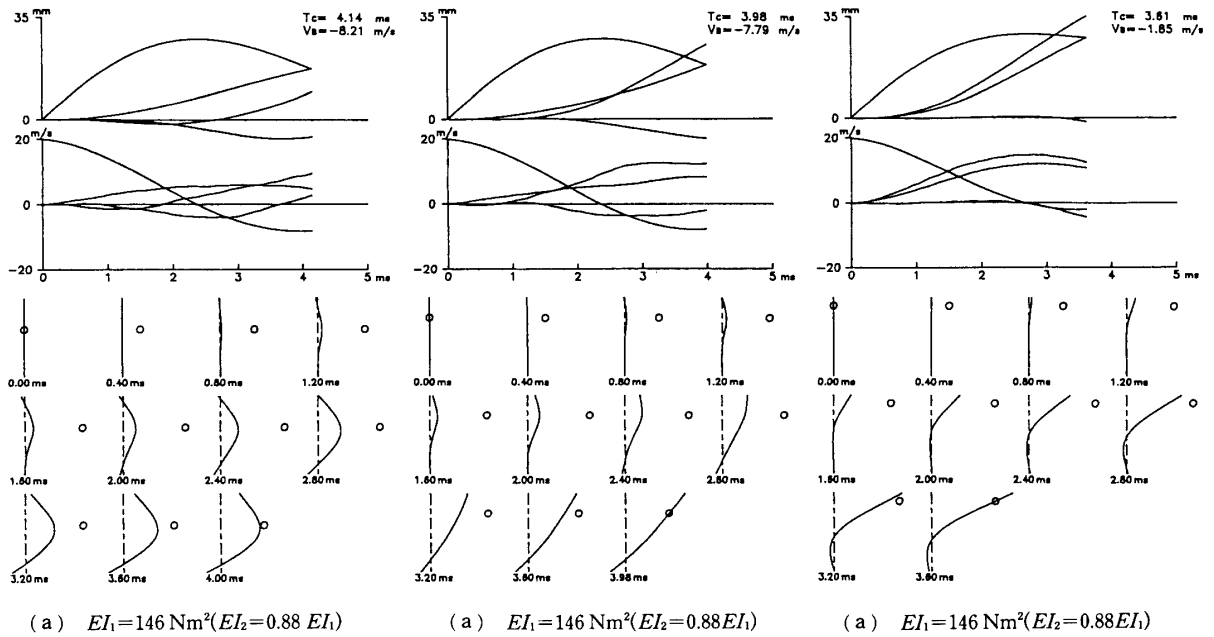


図 5 打撃領域のグリップ側 (0.60 L) における衝突挙動の計算結果

図 6 打撃領域の中央(0.75 L)における衝突挙動の計算結果

図 7 打撃領域の先端側(0.90 L)における衝突挙動の計算結果

フレームを剛体とし、ボール・ストリングス複合系の減衰も無視したモデルの運動を解析的に解いた。フレームの質量と重心まわりの慣性モーメントをそれぞれ m_R, I_R とし、フレームの重心点と打撃点との距離を d とすると、このモデルの剛体運動（フレームの重心位置と衝突位置とが異なるために、フレームは並進運動および回転運動を行う）を除く固有振動の角振動数 ω は次のようになる。

$$\omega = \sqrt{\{(1+\alpha)m_B + m_R\}K_{CB}/(m_B m_R)} \dots\dots\dots (5)$$

ただし、

$$\alpha = d^2/(I_R/m_R) \dots\dots\dots (6)$$

衝突速度 V_{B0} で複合ばね K_{CB} を介してフレームに衝突した後のボールの速度 dX_1/dt は次のようになる。

る。

$$dX_1/dt = V_T + V_R + V_i \cos \omega t \dots\dots\dots (7)$$

ただし、 V_T, V_R, V_i はそれぞれ並進剛体運動、回転剛体運動、固有振動による速度成分であって、

$$V_T = V_{B0}m_B/(m_B + m_R) \dots\dots\dots (8)$$

$$V_R = V_{B0}\alpha m_B m_R / \{m_B + m_R\} \{ (1+\alpha)m_B + m_R \} \dots\dots\dots (9)$$

$$V_i = V_{B0}m_R / \{ (1+\alpha)m_B + m_R \} \dots\dots\dots (10)$$

である。接触時間 T_c とボールのはね返り速度 V_B は次のようになる。

$$T_c = \pi/\omega = \pi\sqrt{m_B m_R} / \sqrt{\{(1+\alpha)m_B + m_R\}K_{CB}} \dots\dots\dots (11)$$

$$V_B = V_T + V_R - V_i = V_{B0} \{ (1+\alpha)m_B - m_R \} / \{ (1+\alpha)m_B + m_R \} \dots\dots\dots (12)$$

対象フレームの m_R, I_R, d の値を使って式(11)の接触時間 T_c を図9に描けば実線のようになる。接触時間 T_c がほぼ式(11)によって支配されていることがわかる。

4・2 ボール・ストリングス複合系と弾性フレームからなる系のモード解析 簡単のため図1(b)のモデルにおいて $\zeta=0$ としてモード解析を行えばボール速度 dX_1/dt が次のように得られる。

$$dX_1/dt = V_T + V_R + V_1 \cos \omega_1 t + V_2 \cos \omega_2 t + V_3 \cos \omega_3 t + \dots\dots\dots (13)$$

ここで、 V_T, V_R はそれぞれ並進剛体運動、回転剛体運動による速度成分であり、剛体フレームの場合と同一のものである。 $\omega_i, V_i (i=1, 2, 3, \dots)$ は i 次の固有角振動数とその速度成分である。

いま、ボールの衝突速度 $V_{B0}(t=0)$ は次式で与えられる。

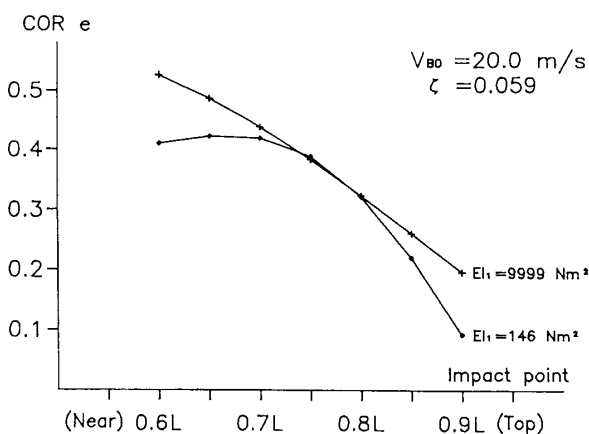


図8 対象フレームと剛体フレームについての反発係数 (ボールのはね返り速度と入射速度の比)

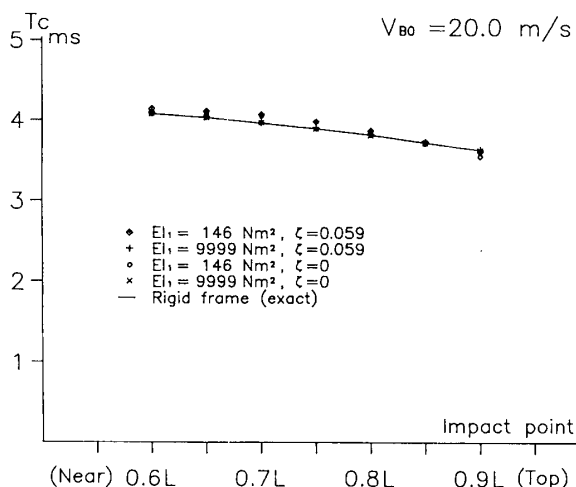


図9 対象フレームおよび剛体フレームについての打撃点における接触時間 (ボール・ストリングス系の減衰を考慮した場合と無減衰の場合)

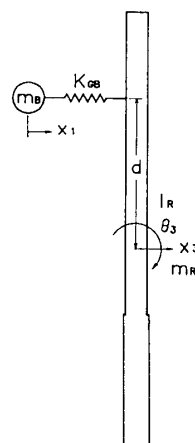
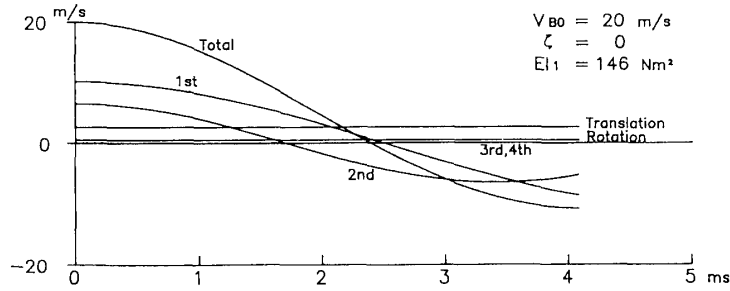
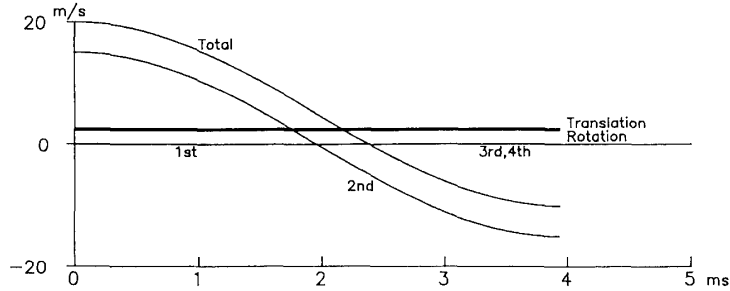


図10 フレームを剛体とし、ボール・ストリングス複合系の減衰を無視した場合の解析モデル



(a) 打撃点 0.60 L の場合



(b) 打撃点 0.769 L の場合

図 11 打撃点 0.60 L と 0.769 L (フレーム 1 次振動の節) における式(13)の各項の変化

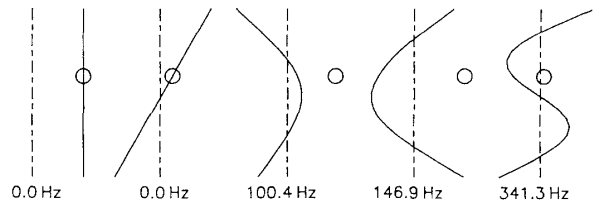
$V_{Bo} = V_T + V_R + V_1 + V_2 + V_3 + \dots$ (14)
 式(7)において、 $t=0$ とすれば $V_{Bo} = V_T + V_R + V_1$ が成り立つことから、式(14)との比較により次式が成立する。

$V_1 = V_1 + V_2 + V_3 + \dots$ (15)
 式(13)と式(15)より、ボールのはね返り速度 V_B には次の不等式が成り立つ。

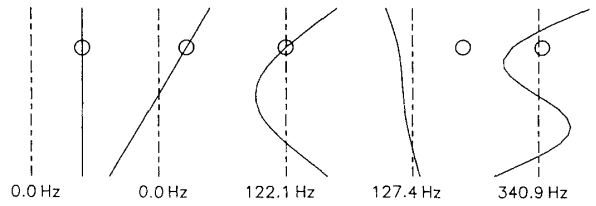
$|V_B| \leq |V_T + V_R - V_1|$ (16)
 したがって、はりが弾性体の場合のはね返り速度は、剛体の場合のはね返り速度を越えないことになる。

衝突速度 20 m/s のときの式(13)の各項の変化を、打撃点 0.60 L と 0.769 L (フレーム 1 次振動の節) において描くと、図 11 のようになる。参考のため、このときのボール・ラケット系の固有振動数とモードを図 12 に示す。

図 11, 12 より、ボール・ラケット系の 3 次 (フレームの 2 次) 以上の高次振動はほとんど影響を与えないことがわかる。フレームの節位置にボールが衝突すると、系の固有振動としてはフレーム単体の固有振動が現れ、そのモードにおける V_i は零である。フレームの 1 次固有振動の節位置での衝突では $V_1=0$ であり、式(15)で V_3 以上の高次の項を無視すると $V_1 \approx V_2$ となり、式(16)の関係より反発速度が大きくなることわかる。剛体運動は衝突においては運動量を持ち去るのみであり、反発を悪くする。また、剛体運動はフレーム剛性にはまったく関係せず、並進運動は衝突位置にも



(a) 打撃点 0.60 L の場合



(b) 打撃点 0.769 L の場合

図 12 打撃点が 0.60 L と 0.769 L (フレーム一次振動の節) のときのボール・ラケット系の固有振動数とモード

関係しない。しかし、式(9)からわかるように回転運動は α の増大とともに反発を悪くし、ボールのはね返り速度に与える影響は大きい。

5. 反発係数におよぼす
 フレーム剛性の影響

フレーム剛性 $EI_1 (EI_2=0.88EI_1)$ を $50 \text{ Nm}^2 \sim 3000 \text{ Nm}^2$ まで変えて、反発係数の変化を調べた結果が図 13 である。図 13 より、フレーム剛性を増していくと、

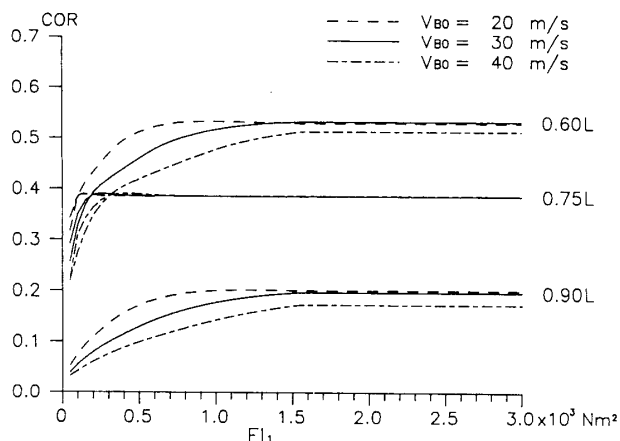


図 13 反発係数におよぼすフレーム剛性の影響
(衝突速度 20 m/s, 30 m/s, 40 m/s)

反発係数は始めは急激に増加し、次第に増加の程度がゆるまり、最終的にはある値に飽和する。反発係数が飽和し始めるフレーム剛性はボールとラケットの衝突速度が速いほど高い。図 13 に示された結果は、非常に細かく見れば極大、極小が存在して凸凹があるものの、ラケットの設計に影響を与える程のものではなく、実質上単調とみなせる。ボール・ストリングス系の減衰を無視した場合は、衝突速度に無関係に打撃点ごとに同一の反発係数に収束する。

6. 結 論

主な結果を要約すると、以下のようになる。

(1) ボール・ラケット系の衝突は主として剛体運動とフレームの 1 次 (2 節曲げ) 固有振動によって支配されており、フレームの 2 次 (3 節曲げ) 以上の固有

振動は少ししか寄与しない。

(2) 反発係数はフレーム剛性が増すと大きくなるが、ある剛性で飽和する。飽和に達するフレーム剛性はボールとラケットの衝突速度が速いほど高い。また、この変化は実質上単調とみなせる。

(3) 反発係数はボール・ラケット系の剛体運動の影響を大きく受け、回転中心 (ほとんどフレームの重心位置) から遠い位置で衝突するほど、反発係数は小さくなる。フレームの固有振動の節に近い位置に衝突するほど反発係数は大きくなる。

(4) ボールとラケットの衝突速度を一定にすると、接触時間はフレーム剛性によってはほとんど変わらず、ほぼ剛体フレームで近似できる。また、衝突位置による接触時間の変化も比較的小さい。

おわりに本研究に関してご討論いただいたヤマハ (株) スポーツ事業部 棚橋良次 (元研究室長)、水野盛夫、高塚政則の諸氏に深謝する。

文 献

- (1) Groppe, J. L., ほか 3 名, *Inter. J. Sport Biomech.*, 3 (1987), 40.
- (2) 松久・ほか 3 名, 機論, No. 900-14 (1990), 12.
- (3) 山口・大貫・岩壺, 機論, 58-551, C (1992), 2165.
- (4) 川副, 第 59 期通常総会講演会講論集, C-920-17 (1992), 16.
- (5) 川副, 機論, 59-558, C (1993), 521.
- (6) 高塚, D & D シンポジウム講論集, No. 920-55 (I) (1992), 73.
- (7) 川副, 機論, 56-526, C (1990), 1511.
- (8) 川副, 機論, 58-552, C (1992), 2467.
- (9) 川副, D & D シンポジウム講論集, No. 920-55 (1992), 77.
- (10) 川副・友末, 機論, 59-560, C (1993), 1001.