

## テニスにおけるボール・ラケット系の衝突現象の解析\* (ボールの反発速度に及ぼすフレーム質量分布の影響)

川 副 嘉 彦\*<sup>1</sup>, 神 田 芳 文\*<sup>2</sup>

### Analysis of Impact Phenomena with a Ball-Racket System in Tennis (Effects of Frame Mass Distribution on the Rebound Velocity of a Racket)

Yoshihiko KAWAZOE and Yoshifumi KANDA

The performance of a tennis racket in terms of the coefficient of restitution (COR) is closely related to impact phenomena. The previous paper clarified that the COR is mainly affected by rigid motion and bending vibration with two nodes of the racket frame, and also that it increases as the impact point approaches the center of rotation and the node of racket vibration on the racket face. In this study, we investigate the effects of the frame mass distribution on the rebound velocity of a ball and the contact time during the impact between a composed ball/string system and a simulated frame model using a Finite-Element Method. We also consider the effects of the support condition of the racket and the racket swing by a player. Results show that the COR increases at the center and the top of a racket face with mass added to the top of the racket in spite of the decrease in preimpact racket velocity. Also, there is almost no difference in the coefficient of restitution and the contact time between a pin-jointed racket at the handle and a freely supported racket, and between the impact with a swing by a player and that without a swing.

**Key Words:** Dynamics of Machinery, Impact, Vibration of Moving Body, Transient Response, Finite-Element Method, Modal Analysis, Coefficient of Restitution, Tennis Racket, Rebound Velocity, Simulation, Optimum Design

#### 1. 緒 言

スポーツ用具は、素材の複合化により設計・製造の自由度が大きくなり、身体的条件や技術的条件の異なる使用者との整合を考慮したきめの細かい設計を目指す段階に至っている。

ラケットの質量分布・剛性分布・外形寸法・ストリングスの張力などの物理特性に対して、ボールがある速度とある角度でラケットに衝突した瞬間から離れるまでの間(接触時間)にラケットがどのように挙動するか、また、ボールの速度とスピンのようになるかが明らかになればラケットの性能が評価できることになる。

テニスラケットとボールの衝突現象は、瞬時(インパクトの時間は約6~3ms)の大変形を伴う複雑な非線形現象であり、従来の多くの実験もインパクトの複雑さを示しているだけで、ストリングスとフレームとボールの相互作用については、ほとんど解明されていない<sup>(1)</sup>。

前報<sup>(2)</sup>では、過去の研究<sup>(3)~(10)</sup>の問題点の所在を明

らかにしたうえで、有限要素法による衝突シミュレーションおよびボール・ラケット系のモード解析により反発性能に及ぼすフレーム振動の影響について以下のことを明らかにした。

(1) 反発係数にはフレームの剛体運動と一次振動(2節曲げ)が主として影響する。

(2) 反発係数はフレーム剛性が増すと大きくなり、衝突速度で決まるある剛性で飽和する。

(3) 反発係数は、衝突点がフレームの回転中心に近いほど大きく、振動の節に近いほど大きい。

(4) ボールとラケットの衝突速度を一定にすると、接触時間はフレーム剛性によってはほとんど変わらず、接触時間に関してはフレームは剛体で近似できる。

本論文では、衝突挙動およびラケットの反発性能に及ぼす質量分布の影響を調べる。前報と同様に衝突シミュレーション計算により、まず、ラケットのハンドル(グリップ)を支持した場合のラケット質量分布と反発係数の関係を明らかにする。ボールの打球後の速度は衝突直前のラケット速度にも大きく依存するので、ラケット質量分布がプレーヤのスイング速度に及ぼす影響も検討し、ボールの打球速度を増すためのラケット質量分布を探る。その際、ラケット・ハンドル(グリ

\* 原稿受付 平成5年1月22日。

\*<sup>1</sup> 正員, 埼玉工業大学(〒369-02 埼玉県大里郡岡部町普濟寺1690)。

\*<sup>2</sup> 正員, 成蹊大学工学部(〒180 武蔵野市吉祥寺北町3-3-1)。

ップ)の支持条件の影響も吟味する。

## 2. ボールとラケットの衝突モデルとシミュレーション計算法

ラケットの標準モデルは、従来型のノーマル・ラケット(標準的なフレーム剛性)を模擬したものであり、段付はりにすることにより、全長( $L=680$  mm),全質量(ストリングスの質量を含む),重心位置,一次および二次の固有振動数をラケット実系に一致させている<sup>(2)</sup>。

フレームの質量分布の影響を調べるために、標準モデルのグリップ部の質量の一部[48.4 g]を除去して一様質量分布にしたもの( $\rho A=0.458$  kg/m, 軽量ラケットという名で最近市販されている),さらに除去した質量を0.6  $L$ (ラケット面のグリップ側),0.75  $L$ (ラケット面中心),0.90  $L$ (ラケット面先端)の位置に集中質量として付加したものの合計五つのモデルについて計算した。フレームの剛性分布は対象ラケットに合わせてどのモデルも等しくしてある。

手でグリップを支持する場合を想定して、図1のようにグリップ相当位置(0.1  $L$ )をピン支持したフレームにボール・ストリング複合系<sup>(2)(11)</sup>が衝突すると仮定してシミュレーション計算を行った。

上記五つの模擬ラケットの一次と二次の振動モードは図2(a)~(e)のようになる。

ボール・ストリング複合系の復原力特性は非線形であり、衝突速度が20 m/sのとき等価ばね定数はおおよそ  $K_{GB}=2.74 \times 10^4$  N/m, 30 m/sのとき  $5.0 \times 10^4$  N/m, 40 m/sのとき  $8.33 \times 10^4$  N/mである<sup>(8)</sup>。任意の衝突速度における等価ばね定数はこれらの数値を内挿した値を使用した。ボール・ストリング複合系の等

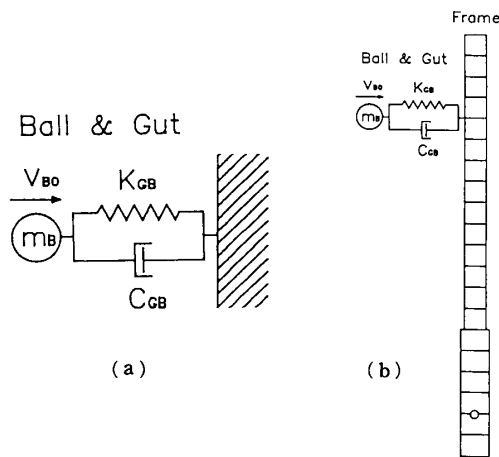


図1 ボール・ストリング複合系とラケット・フレームモデル

価減衰係数  $C_{GB}$  は衝突速度の増大とともに  $\sqrt{K_{GB}}$  に比例して大きくなり、等価減衰係数比とは衝突速度に依存せず約0.059(一定)となる<sup>(11)</sup>。ボールの質量  $m_B$  は55 gであり、ストリングスの質量はフレームの質量に含めてある。

ボールを1質点とし、フレーム(段付はり)を20個のはり要素に分割して有限要素法により離散化した。シミュレーションはRunge-Kutta法に基づく直接積分により行った。時間刻み  $\Delta t$  は  $10^{-7} \sim 10^{-6}$  秒である。なお、衝突の終了は複合ばね  $K_{GB}$  が圧縮から引張りに転ずることから判断した。

## 3. グリップ部をピン支持した模擬ラケットとボールの衝突挙動および反発係数

グリップをピン支持した静止ラケットにボールが衝突する場合の衝突挙動シミュレーション計算結果から反発係数(ボールの跳ね返り速度と入射速度の比と定義する)を求めると図3(衝突速度20 m/s)および4(衝突速度30 m/s)のようになる。

図3, 4によると、標準モデルのグリップ部の質量の一部を除去して一様質量分布にしたもの(軽量ラケットモデル)と標準ラケットモデルは反発係数にほとんど差がない。さらに、除去した質量をラケット面のグリップ側0.6  $L$ に付加するとグリップ側での衝突において反発が増すが、中心から先端側での衝突では反発の向上はみられない。ラケット面先端の位置0.90  $L$ に付加すると中心から先端側で反発が著しく増し、ラ

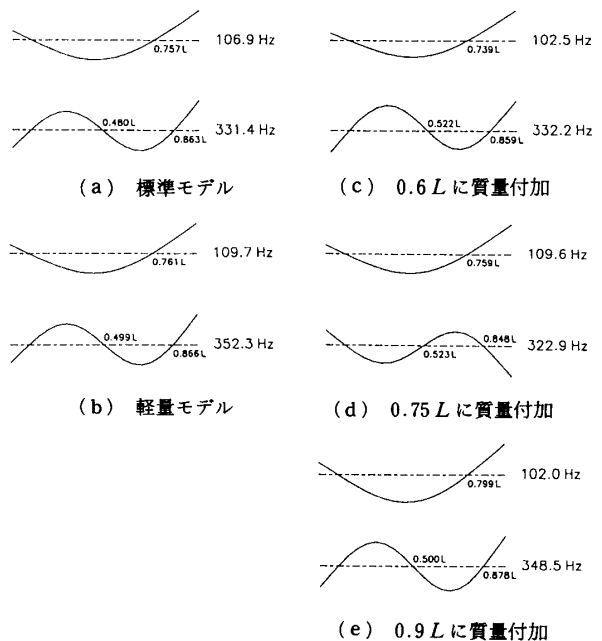


図2 5種類の模擬ラケットの一次と二次の固有振動数と振動モード

ケット面のほぼ中心で反発が最大となる。

上記5種類の静止ラケットにボールが速度 20 m/s で衝突する場合の接触時間内の挙動計算例を図 5 (a)

～(e)に示す。図 5 (a)は対象ラケットを模擬した標準フレームであり、(b)はグリップ部の質量を 48.4 g 除去して一様質量分布にした場合、(c), (d), (e)

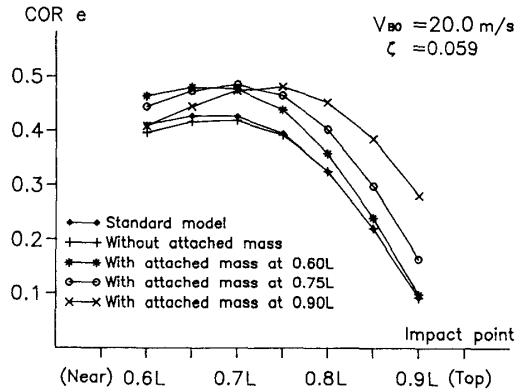


図 3 反発係数計算値(ボールの跳ね返り速度と入射速度の比, 衝突速度 20 m/s の場合)

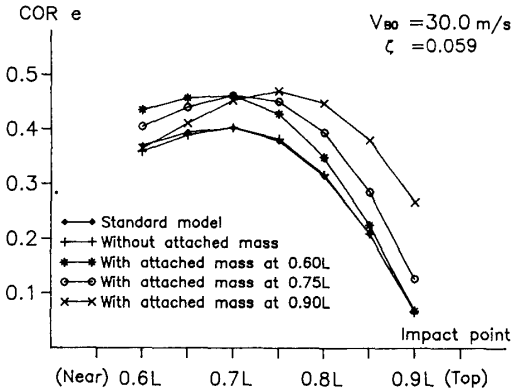
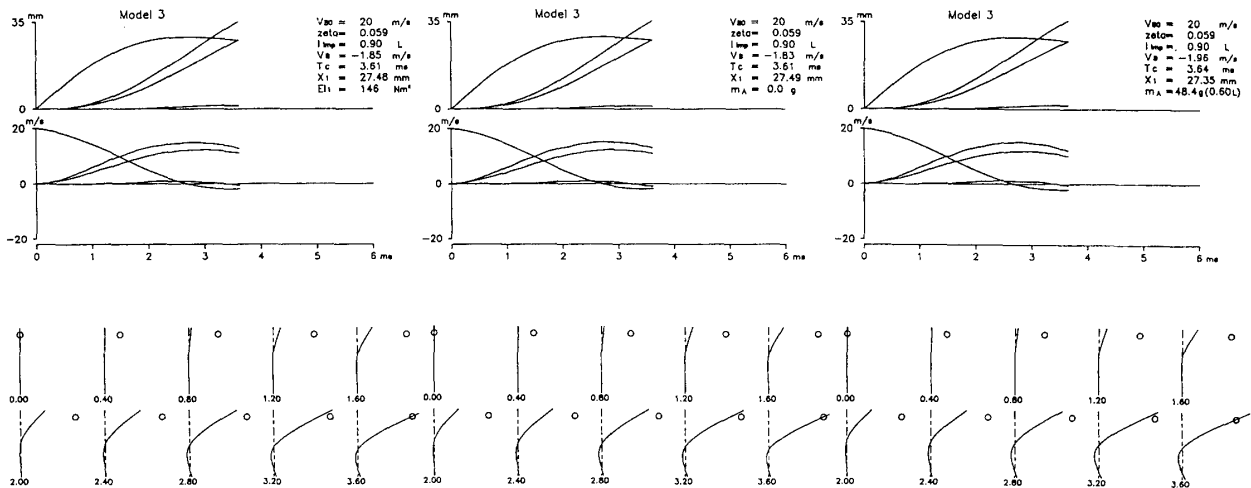


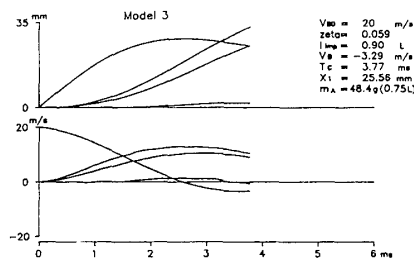
図 4 反発係数計算値(ボールの跳ね返り速度の入射速度の比, 衝突速度 30 m/s の場合)



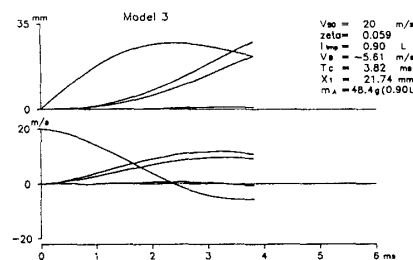
(a) 標準モデル

(b) 軽量モデル

(c) 0.6 L に質量付加



(d) 0.75 L に質量付加



(e) 0.9 L に質量付加

図 5 5 種類の静止ラケットにボールが速度 20 m/s で衝突する場合の衝突挙動の計算結果

はそれぞれ除去した質量をラケット面のグリップ側 0.6 L, ラケット面中心 0.75 L, ラケット面先端 0.90 L の位置に付加した場合であり, 衝突位置は打撃領域の先端側 0.90 L である。それぞれの図の上段はボールの変位とフレームの打撃点および両端の変位の時刻歴であり, 中段はそれらの速度である。下段はボールおよびフレーム全長の変形(約 20 倍に拡大)の時系列的変化(数字は接触開始からの時刻 ms)を示し, 上段と中段の図は下段の図と対応する。ボールの変位とフレーム衝突点の変位が一致したときにボールがラケットから離れる。図 5 から, 質量をラケットの先端側に付加するほどフレームの回転剛体運動<sup>2)</sup>が少なく, ボールの跳ね返り速度が増し, 接触時間が長くなることがわかる。

図 6 は, 一様質量分布をもつ模擬ラケットの総質量と反発係数の関係を調べた結果である。質量が 250 g 以下になると先端ではボールが跳ね返らなくなる。

図 7 (a) はラケットの総質量 250 g (一定) の条件で図 7 (b) に示すような 4 種類の質量分布を仮定して計算した反発係数を示す。図 6 の一様質量分布(総質量 250 g)の場合に比べていずれもラケット面中心から先端側で反発がよくなっている。

4. ストロークにおけるボールの打球速度に及ぼすラケット質量分布の影響

4.1 プレーヤーのスイングを考慮した衝突モデル

図 8 は, ボールの反発速度に及ぼすラケット質量分布の影響をプレーヤーのスイングを考慮して検討するための腕-ラケット系モデルであり, 手と肘の関節角度を一定に保って肩だけの回転によりボールを打撃する(未熟練者のスイングに近い)と想定している。点 O は肩関節に相当し, 点 P は手とラケットの結合点である。図 8 において静止状態で肩関節(点 O)に一定のモーメント  $N_s$  を与えると, 腕とラケットは角速度零の

状態から一定の角加速度で加速される。角変位  $\theta = -\pi/2$  (ラケットを引いた状態を想定) から  $\theta = 0$  (衝突直前の状態を想定) まで回転するとし, 肩関節まわりの腕とラケットの慣性モーメントを  $I_s$ , 肩関節からラケットの打撃点までの距離を  $L_x$  とすれば, 衝突直前の角速度  $\Omega_{Ro}$  および打撃点のラケット速度  $V_{Ro}$  は簡単な計算により以下ようになる。

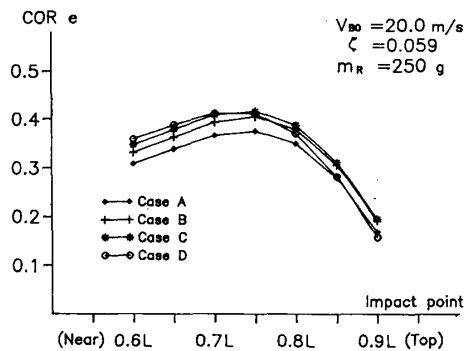
$$\Omega_{Ro} = \sqrt{\pi N_s / I_s} \dots\dots\dots (1)$$

$$V_{Ro} = L_x \sqrt{\pi N_s / I_s} \dots\dots\dots (2)$$

4.2 プレーヤーのスイングを考慮した場合のボールの反発速度に及ぼすラケット質量分布の影響

図 8 においてプレーヤーの質量を 60 kg と仮定し, 上腕, 前腕, 手の質量<sup>(12)</sup> を考慮するとスイング動作における腕系の肩関節まわりの慣性モーメントはおおよそ  $I_A = 0.085 \text{ kgm}^2$  となる。また, 標準ラケットの肩関節まわりの慣性モーメントは  $I_{rs} = 0.167 \text{ kgm}^2$  であり, 標準ラケットのグリップ側の打撃点 0.6 L で衝突直前のラケット速度  $V_{Ro} = 20 \text{ m/s}$  をもたらすには, 肩関節にはモーメント  $N_s = 56.9 \text{ Nm}$  が必要である。このときの衝突直前の角速度は  $\Omega_{Ro} = 26.7 \text{ rad/s}$  となり, ラケット面中心 0.75 L では  $V_{Ro} = 22.72 \text{ m/s}$ , ラケット面先端 0.90 L では  $V_{Ro} = 25.5 \text{ m/s}$  となる。

標準ラケットのグリップ部質量から 48.4 g を除去



(a) 4種類の質量分布に対する反発係数

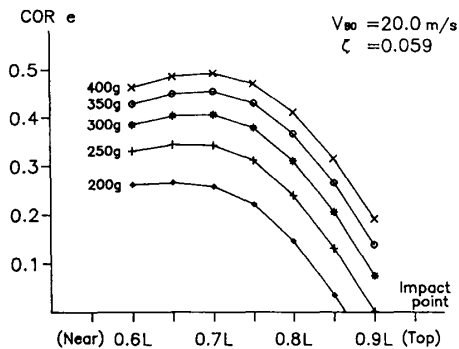
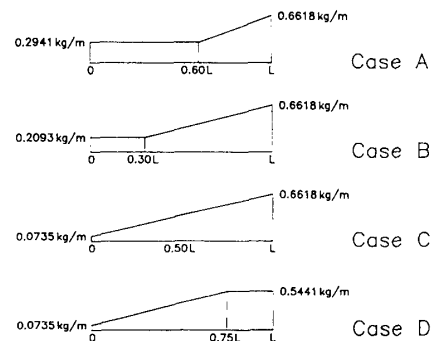


図 6 一様質量分布をもつ模擬ラケットの総質量と反発係数



(b) 4種類の質量分布(総質量 250 g 一定) 図 7 ラケットの質量分布と反発係数計算値

して先端  $0.9L$  に付加したラケットの肩関節まわりの慣性モーメントは  $I_{rl}=0.199 \text{ kgm}^2$  であり,  $N_s=56.9 \text{ Nm}$  とすれば, 衝突直前の角速度は  $\Omega_{ro}=25.1 \text{ rad/s}$  となる。したがって, 衝突直前のラケット速度はグリップ側の打撃点  $0.6L$  で  $V_{ro}=18.8 \text{ m/s}$ , ラケット面中心  $0.75L$  では  $V_{ro}=21.4 \text{ m/s}$ , ラケット面先端  $0.90L$  では  $V_{ro}=23.9 \text{ m/s}$  となる。

図9は, 肩関節にモーメント  $N_s=56.9 \text{ Nm}$  を与え, 入射速度  $V_{Bo}=10 \text{ m/s}$  のボールを標準ラケット(◆印)およびグリップ質量を減らして先端  $0.9L$  に付加したラケット(\*印)で打撃した場合のボールの反発速度(打撃直後の跳ね返り速度)の計算結果を示す。両ラケットの総質量は等しい。図9には, ラケットの慣性モーメントが増してもプレーヤのスイングによるラケット速度は変わらないと仮定した場合の結果(+印)も参考のために載せてある。図9におけるボール速度とラケット速度は上級の標準的プレーヤのグランドストロークに相当する速度であり, 標準ラケットではラケットの中心で打撃する場合が最もボールの速度は速い。ラケットのグリップ側を軽くして先端側を重くしたラケットは, 慣性モーメントが増すことによるラケット速度の低減を考慮しても, ラケット面中心から先端側の打撃点において反発速度が標準ラケットに比べて著しく増大する。

5. スイングおよびラケット・ハンドルの支持条件と衝突挙動

飛んでくるボールをラケットで打撃する場合と静止ラケットにボールが衝突する場合, およびラケットのハンドル(俗称グリップ)が自由な場合とグリップをピ

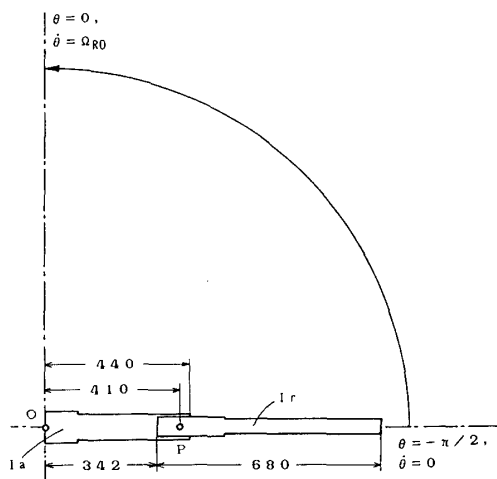


図8 衝突直後のボール速度に及ぼすラケット質量分布の影響を調べるための腕-ラケット系モデル

ン支持した場合の接触時間や反発速度についての比較を行った。

ラケット面の根元側  $0.60L$  における衝突挙動計算結果を図10~12に示す。ラケットの総質量はいずれも  $360 \text{ g}$  である。

図10の(a)は, 図8のモデルにおいて肩関節にモーメント  $N_s=56.9 \text{ Nm}$  を与えた標準ラケットで速度  $10 \text{ m/s}$  で飛んでくるボールを打撃した場合である。衝突直前のラケット速度は  $20 \text{ m/s}$  であり, 接触してからはグリップは拘束されていない(自由)としている<sup>(2)(9)</sup>。衝突前のボールとラケットの相対速度は  $30 \text{ m/s}$  であり, 衝突後のボール速度は  $31.0 \text{ m/s}$ , ボールのラケットに対する相対速度は  $11.0 \text{ m/s}$  となる。図10(b)はグリップ自由の静止ラケットにボールが  $30 \text{ m/s}$  で衝突した場合であり, 衝突後のボール速度  $11.0 \text{ m/s}$  は図10(a)におけるボールのラケットに対する相対速度と一致している。図10(c)はグリップをピン支持した静止ラケットにボールが  $30 \text{ m/s}$  で衝突した場合であり, 衝突後のボール速度約  $11.1 \text{ m/s}$  は図10(b)のグリップ自由の場合の値とほとんど同じである。図10(a), (b), (c)の場合の接触時間  $3.08 \text{ ms}$  は完全に一致している。

図11はグリップを軽くして先端を重くしたラケット・モデルの場合であり, ラケットの質量分布が変わってもスイングは変わらないとして衝突前のボールとラケットの速度を図10と同じに与えた場合の計算結果である。図11(a)における衝突後のボールのラケットに対する相対速度  $10.8 \text{ m/s}$  と図11(b)におけるボール速度  $10.8 \text{ m/s}$  は一致している。また, 図11(c)のピン支持の場合の衝突後のボール速度約  $11.1 \text{ m/s}$  は図11(b)のグリップ自由の場合の速度  $10.8 \text{ m/s}$  に

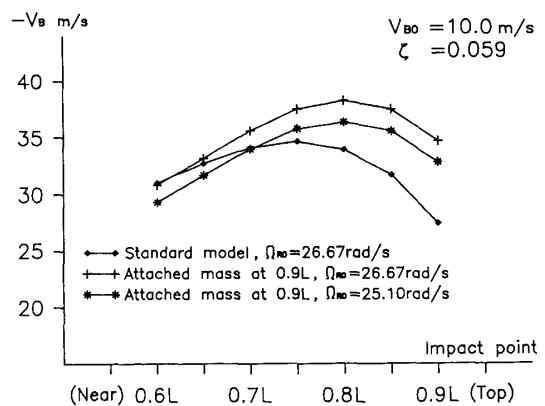


図9 肩関節モーメント一定でボールを打撃したときのボールの反発速度計算値(ラケット総質量  $360 \text{ g}$ ,  $N_s=56.9 \text{ Nm}$ )

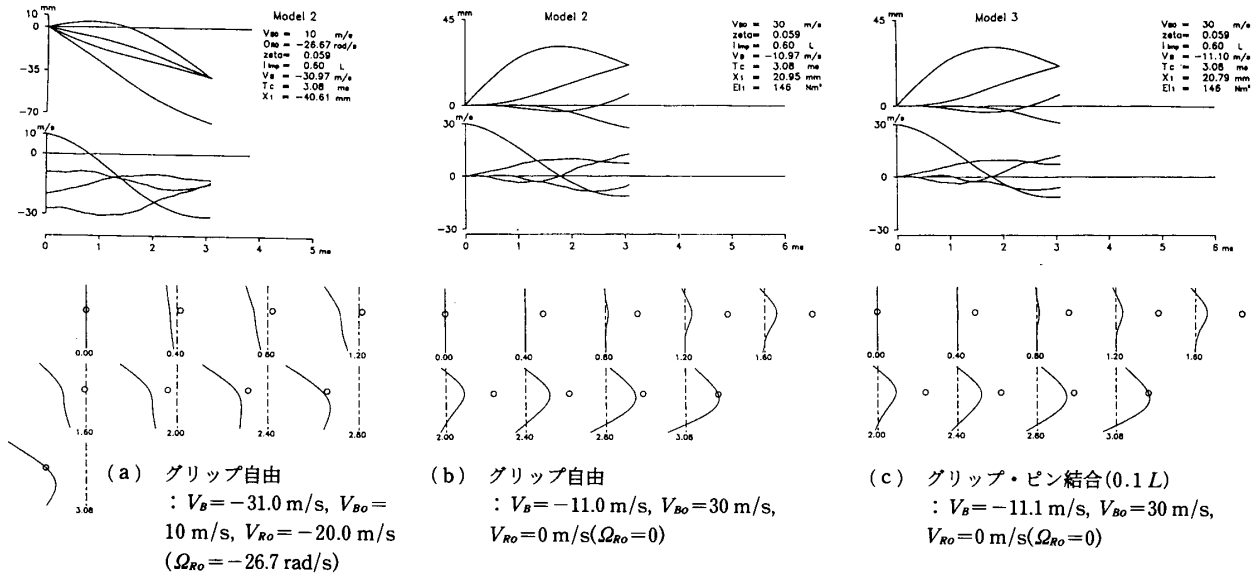


図 10 標準モデル(総質量 360 g)で打撃した場合(打撃点 0.60 L)

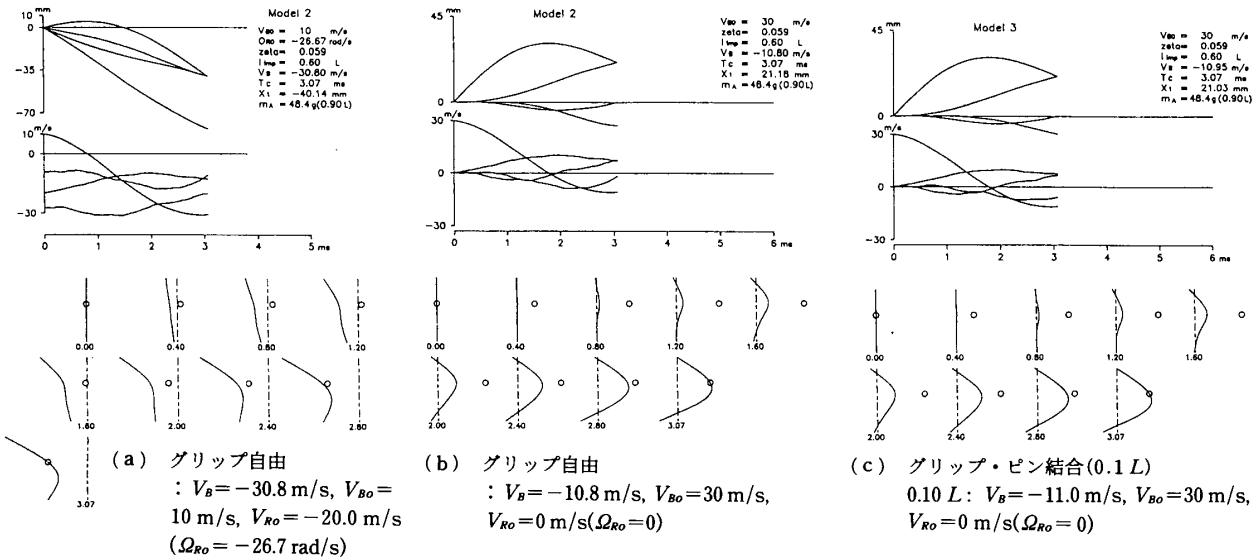


図 11 先端が重いモデル(総質量 360 g)で打撃した場合(打撃点 0.60 L, スイング速度の低下を考慮しない)

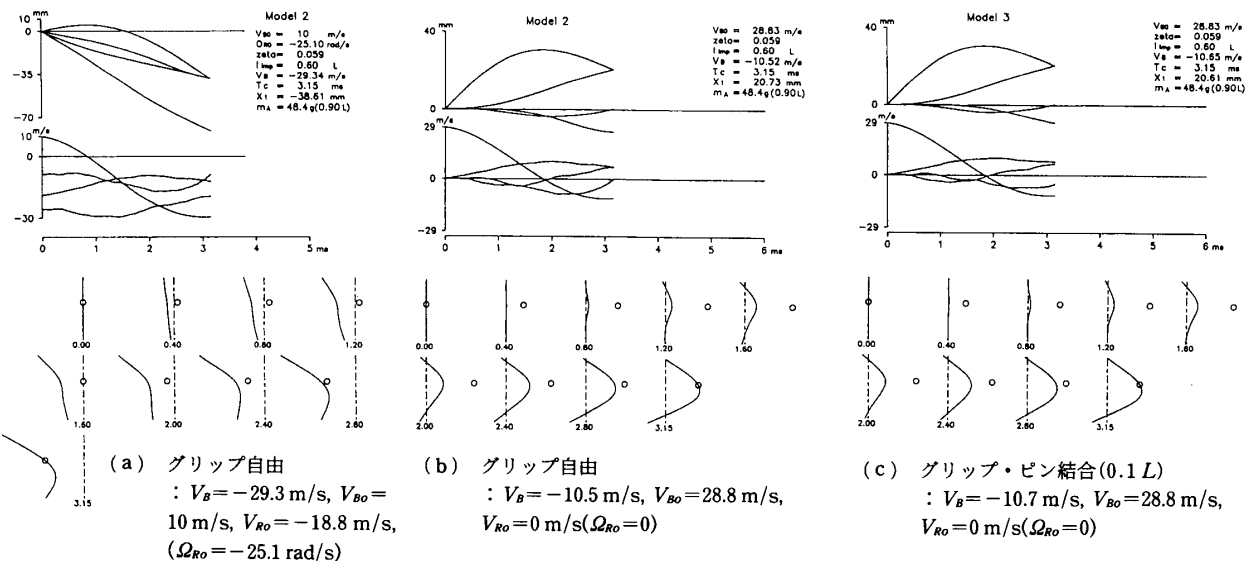


図 12 先端が重いモデル(総質量 360 g)で打撃した場合(打撃点 0.60 L, スイング速度の低下を考慮する)

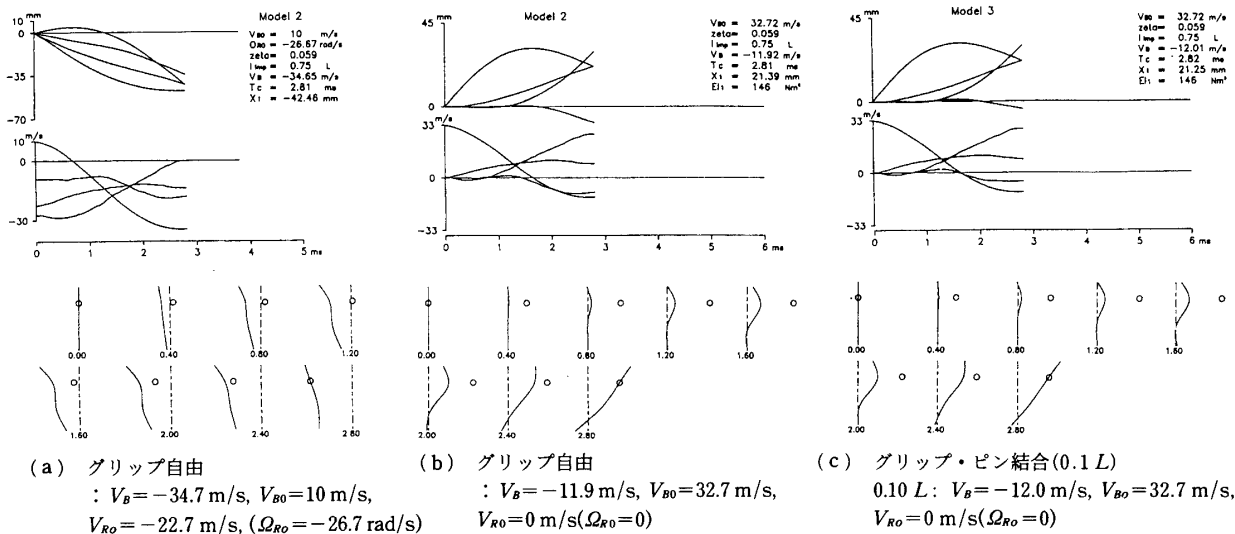


図 13 標準モデル(総質量 360 g)で打撃した場合(打撃点 0.75 L)

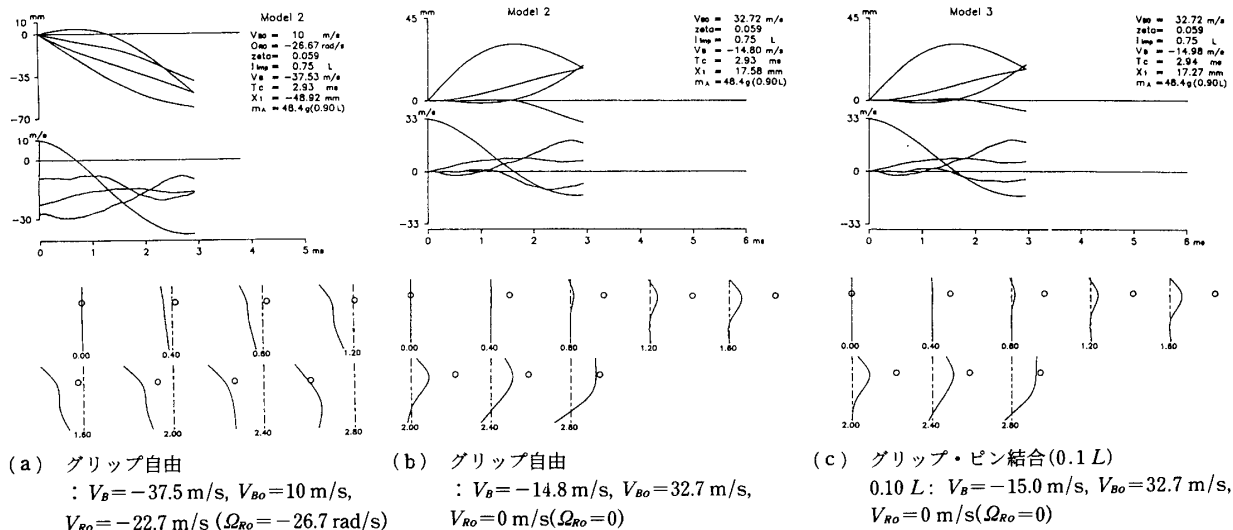


図 14 先端が重いモデル(総質量 360 g)で打撃した場合(打撃点 0.75 L, スイング速度の低下を考慮しない)

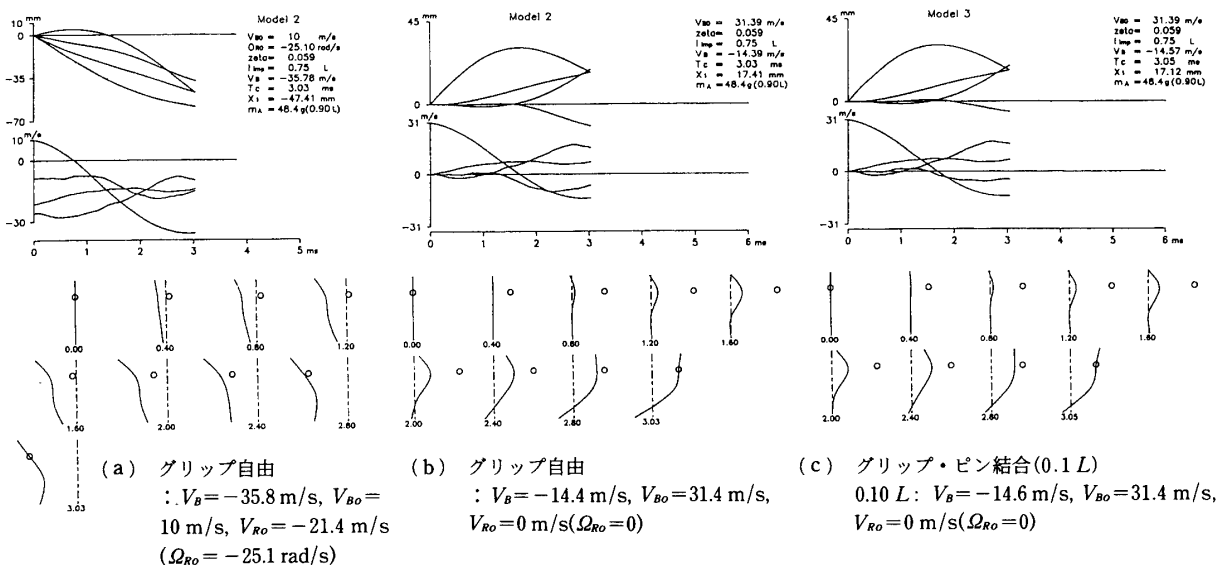


図 15 先端が重いモデル(総重量 360 g)で打撃した場合(打撃点 0.75 L, スイング速度の低下を考慮する)

非常に近い。また、グリップを軽くして先端を重くしたラケット・モデルにおいても図 11(a), (b), (c) の場合の接触時間 3.07 ms は完全に一致している。

図 12 は、図 11 と同じラケット・モデルであるが、肩関節に図 10 の標準ラケットの場合に等しいモーメント  $N_s=56.9$  Nm を与えた場合の計算結果である。図 12(a) において衝突直前のラケット速度は 18.8 m/s であり、速度 10 m/s で飛んでくるボールを打撃した場合の衝突後のボール速度は 29.3 m/s である。図 12(a) における衝突後のボールのラケットに対する相対速度 10.5 m/s は、図 12(b) におけるグリップ自由の静止ラケットにボールが 28.8 m/s で衝突した場合のボール速度に一致している。図 12(c) のピン支持した場合の衝突後のボール速度約 10.7 m/s は図 12(b) のグリップ自由の場合の値 10.5 m/s に近い。また、この場合も図 12(a), (b), (c) の接触時間 3.15 ms は完全に一致している。

同様に、図 13~15 はラケット面の中心  $0.75 L$  における衝突挙動を示す。衝突前のラケット角速度  $\Omega_{ro}$  は図 10~12 の場合と同じであるが、衝突位置が異なるためにラケット速度  $V_{ro}$  は異なる。図 13(a) は、肩関節に図 10(a) と同じモーメント  $N_s=56.9$  Nm を与えた標準ラケット(衝突直前のラケット速度 22.7 m/s) で速度 10 m/s で飛んでくるボールを打撃した場合である。衝突前のボールとラケットの相対速度は 32.7 m/s である。衝突後のボールのラケットに対する相対速度は 12.0 m/s であり、図 13(b) のボール速度 11.9 m/s, 図 13(c) のボール速度 12.0 m/s にほぼ一致している。図 14 および 15 の場合も衝突後のボール速度は同じような結果を示しており、接触時間も変わらない。

以上の結果は、衝突直前のボールとラケットの相対速度が同じであれば、衝突後のボールのラケットに対する反発速度および接触時間は、スイングした場合と静止ラケットに衝突した場合、およびグリップ自由の場合とグリップをピン支持した場合とでほとんど差がないことを示している。

## 6. 結 論

主な結果を要約すると、以下のようになる。

- (1) 静止ラケットにボールが衝突する場合、質量をラケットの先端側に付加するほどフレームの剛体運動による回転が少なく、ラケット面中心から先端におけるボールの反発速度が増し、接触時間が長くなる。
- (2) 一様質量分布をもつラケットは、総質量が 250 g 以下になると先端ではボールが跳ね返らなくなる。
- (3) さらに、ラケット面先端の位置に質量を付加すると中心から先端側で反発が著しく増し、ラケット面のほぼ中心で反発が最大となる。
- (4) 肩関節モーメント一定の条件ではグリップ側を軽くして先端側を重くしたラケットの衝突直前の速度は低減するが、ラケット面中心から先端側の打撃点においてボールの反発速度は著しく増大する。
- (5) 反発係数および接触時間は、スイングした場合と静止ラケットに衝突した場合、およびグリップ自由の場合とグリップをピン支持した場合とでほとんど差がない。

おわりに本研究に関してご討論いただいたヤマハ(株)スポーツ事業部 棚橋良次(元研究室長)、水野盛夫、高塚政則の諸氏に深謝する。

## 文 献

- (1) Groppe, J. L., ほか 3 名, *Inter. J. Sport Biomech.*, 3 (1987), 40.
- (2) 川副・神田, 機論, 59-563, C (1993), 2116.
- (3) 松久・ほか 3 名, 機講論, No. 900-14 (1990), 12.
- (4) 山口・大貫・岩壺, 機論, 58-551, C (1992), 2165.
- (5) 川副, 機論, 59-558, C (1993), 521.
- (6) 高塚, D&D シンポジウム講論集, No. 920-55 (1992), 73.
- (7) 川副, 機論, 56-526, C (1990), 1511.
- (8) 川副, 機論, 58-552, C (1992), 2467.
- (9) 川副, 機論, 59-562, C (1993), 1678.
- (10) 川副・友末, 機論, 59-560, C (1992), 1001.
- (11) 川副, スポーツ工学シンポジウム, No. 920-89 (1992), 74.
- (12) 浅見・宮下・渡辺(編), 現代体育・スポーツ体系, 7 (1984), 277, 講談社.