

13S テニスラケットのボールの飛びに関するスイート・エリアの定量的予測 (同一質量で打球面サイズが異なる場合)

Sweet Area Prediction of Tennis Rackets Estimated by Ball Post-Impact Velocity (Comparison between Two Rackets with Different Face Size)

○正 川副嘉彦 (埼玉工大) 正 友末亮三 (スポーツ医・科学研)

Yoshihiko KAWAZOE, Saitama Institute of Technology, 1690 Fusaiji, Okabe, Saitama
Ryoso TOMOSUE, Institute of Sports Medicine and Science

This paper investigates the prediction of the tennis racket performance in terms of the sweet area where the ball post-impact velocity is higher when a ball is struck by a player. The prediction is based on the impact analysis by using the experimental identification of the racket and ball with a simple swing model. The result of the comparison between two super-light rackets with different face size shows that the sweet area of a super-large racket is wider than that of standard size racket and located in the geometrical center of the string face in the situation corresponding to the ordinarily ground strokes. It also shows that the sweet area moves to the top side with the increase of a racket head speed.

Key Words: Dynamics of Machinery, Sports Engineering, Tennis Racket, Impact, Sweet Area, Restitution Coefficient, Ball Post-Impact Velocity, Racket Frame

1. 緒言

ラケットの進歩がテニスの技術やプレイスタイルに影響してきたと言われている。しかし、プレーヤやテスターのラケットの性能評価に関する表現あるいは用語がどのような物理現象を意味しているのか、あるいはラケットの物理特性とどのように関係しているのかについては不明な点が多い。また、ラケットの反発力が良い、あるいはボールの飛びが良いなどの表現やスイート・スポットあるいはスイート・エリアという表現も一般には不用意に使われている⁽¹⁾。スイート・エリアという用語が、インパクト(ボールとラケットの衝突)において手に伝わる衝撃および振動が小さい領域、ボールがストリングスから飛び出す速度が大きい領域という意味であるとすれば、通常これらはラケット面の異なる領域に存在し、スイング速度でも異なるはずである。現実には、テスターの試打による評価などに基づいた各メーカー独自の定性的なスイートエリアの表示がカタログやテニス雑誌などにみられるが、客観的・定量的な評価とは言い難い。

前報⁽²⁾⁽³⁾では、ボールとラケットの実験的な同定と衝突解析により、反発係数および反発力係数を定義し、簡単なスイング・モデルによりボールの飛びの良い打点領域を予測する方法を示し、同一打球面サイズで質量が異なる2本のラケットについてボールの飛びに関するスイート・エリアを予測し、物理特性との関係を明らかにした。

本報では、同一質量で打球面サイズ(面積)の異なる2本のラケットについてボールの飛びに関するスイート・エリアを予測し、物理特性との関係およびボールの飛びのメカニズムを明らかにする。

2. ラケットの物理特性

対象とした2本のラケットEOS120A, EOS100の概略形状と打撃点の位置を図1に、それらのおもな物理特性を表1に示す。ラケットEOS120Aは打球面面積が公称120 in²(760 cm²)の超大形サイズであり、ラケットEOS100は打球面面積100 in²(606 cm², ミッドプラス)の最近の標準的なサ

イズである。両ラケットの全長と質量はほぼ等しく、ストリングスを含む質量はそれぞれ292 g, 290 gであり、軽量タイプのラケットである。ストリングス初張力はそれぞれ、約79 lb, 59 lbである。EOS120Aのグリップ端からの重心位置は363 mm, EOS100は350 mmである。重心を通りラケット面の長さ方向軸に直交する軸まわりの慣性モーメント実測値は、EOS120Aが14 gm², EOS100が11.4 gm²であり、重心を通る長さ方向軸まわりの慣性モーメントはそれぞれ1.782 gm², 1.12 gm²である。

ラケットの重心まわりの慣性モーメントを I_G , 重心と衝

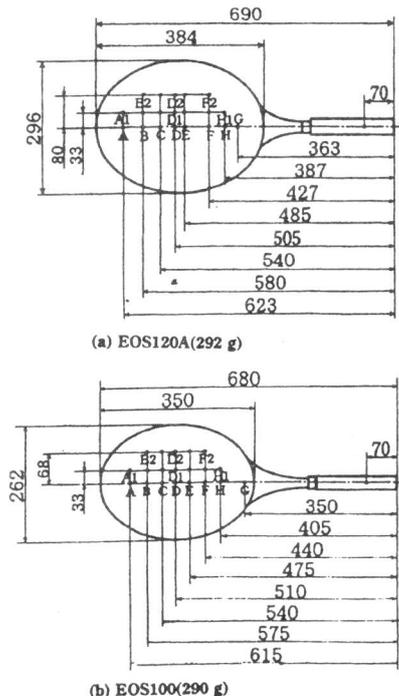


Fig.1 Racket geometries
(a) EOS120A(292 g) (b) EOS100(290 g)

Table 1 Physical Properties of tennis rackets

Racket	EOS100	EOS120A
Total length mm	680	690
Face area cm ²	608	760
Mass g	290	292
String tension lb (1 lb=4.45 N)	59	79
Center of gravity (from grip end) mm	350	363
Moment of inertia I _{GY} about Y axis gm ²	11.4	14.0
Moment of inertia about grip(70 mm) gm ²	34.1	39.1
Moment of inertia I _{GX} about X axis gm ²	1.12	1.78
Frame frequency Hz (Grip free)	171	137

突位置の距離を a とすれば、ラケット面の衝突位置に換算した換算質量 M_r は、

$$M_r = 1 / [1/M_r + a^2/I_G] = M_r I_G / [I_G + M_r a^2] \quad (1)$$

と書ける⁽²⁾⁽⁴⁾。

両ラケットの換算質量分布は図2のようになる。ただし、オフセンターでのインパクトにおいて、ラケットが長さ方向軸に直交する軸まわりに回転するとした場合の換算質量と、長さ方向軸まわりに回転するとした場合の換算質量とを比べて、換算質量が小さい方の軸周りにラケットが回転すると仮定している。全体的に打球面の広い EOS120A の換算質量の方が大きく、最大値は長さ方向軸の根元側にある。

一方、実験モード解析により同定したラケットの振動モード特性は、図3のようになる。基本曲げ振動数は、EOS120Aが137 Hz、EOS100が171 Hzであり、打球面の広いラケットの方が低い。

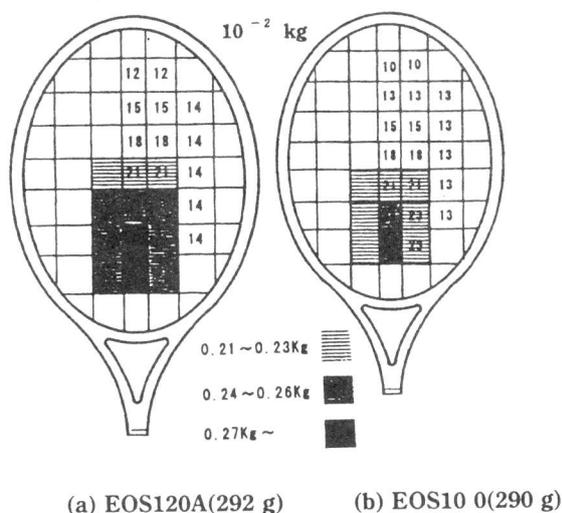


Fig.2 Reduced mass M_r of two rackets.

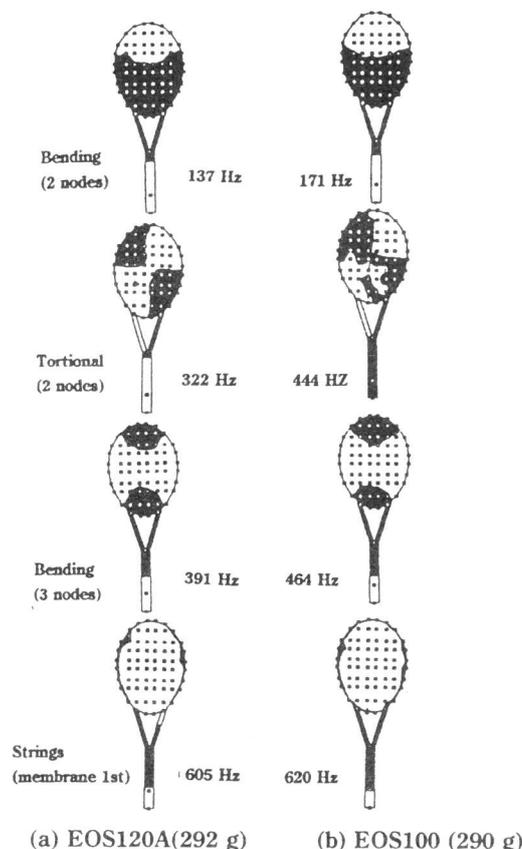


Fig.3 Vibration modes of rackets

3. 打球面サイズが異なるラケットのボールの飛びに関するスイートエリアの予測

3.1 ボールの飛びに関するスイートエリアの予測法概要

ボールの飛びに関する予測法は前報⁽²⁾⁽³⁾と同じであり、概要を以下に簡単に述べる。

ボールとストリングスの復元力特性、ストリングス周辺のラケット・ヘッドを固定した状態でボールを衝突させた場合の反発係数実測値 e_{BC} 、およびラケットの打点に換算した換算質量 M_r を用い、ボールとストリングス間に作用する力積波形を時間 t として正弦半波パルス

$$F(t) = F_{MAX} \sin(\pi t/T_c) \quad (0 \leq t \leq T_c) \quad (2)$$

と仮定すると、ストリングス面上の衝突位置と衝突速度に対する衝突力 F_{MAX} の近似値と接触時間 T_c を得る。

実測値 e_{BC} は、ラケット・フレームが振動しない場合の反発係数だから、衝突におけるボールとストリングスのエネルギー損失に対応する。

式(2)のフーリエ・スペクトルを $S(f)$ (f :振動数 Hz)、ラケットの k 次固有振動モード (固有振動数 $\omega_k = 2\pi f_k$) に対するラケット面上の点 j における衝突力成分を $S_j(\omega_k)$ と表すと、ラケット上の点 i における k 次モードの応答振幅成分 X_{ijk} は、

$$X_{ijk} = \Gamma_{ijk} * S_j(\omega_k) \quad (3)$$

と近似できる。ただし、 Γ_{ijk} : 任意の点 i と j の間の k 次振動モードの留数である⁽⁶⁾。ストリングス面上の任意の打点にボールが衝突したときのフレームの k 次振動モード成分の速度振幅分布を式(10)から

$$V_{ijk} = \omega_k * \Gamma_{ijk} * S_j(\omega_k) \quad (4)$$

として求め、フレームの質量分布を与えれば、フレーム振動によるエネルギー損失 ΔE_j を求めることができる。

また、ボールとストリングスの衝突によるエネルギー損失

ΔE_2 は、

$$\Delta E_2 = [\frac{m_B \cdot M_r}{m_B + M_r}] \cdot (1 - e_{BC}^2) V_{B0}^2 / 2 \quad (5)$$

のように書けるから、衝突における全エネルギー損失 ΔE は、 ΔE_1 と ΔE_2 との和となり、これがボールとラケットの反発係数に対応する。

したがって、相対速度に関する反発係数 e_r は、

$$e_r = [1 - 2 \cdot \Delta E \cdot (m_B + M_r) / (m_B \cdot M_r \cdot V_{B0}^2)]^{1/2} \quad (6)$$

のように導ける⁵⁾。

衝突後のボール速度 V_B は、

$$V_B = -V_{B0} \cdot (e_r - m_B/M_r) / (1 + m_B/M_r) + V_{R0} \cdot (1 + e_r) / (1 + m_B/M_r) \quad (7)$$

となる。

一方、静止ラケット ($V_{R0}=0$) にボールを衝突させたときのボールの跳ね返り速度 V_B と入射速度 V_{B0} の比

$$e = -V_B/V_{B0} \quad (8)$$

を実測し、反発性能を評価することが多い。この係数 e を本論文では反発力係数と呼んで区別する。

反発力係数 e は、

$$e = -V_B/V_{B0} = (e_r - m_B/M_r) / (1 + m_B/M_r) \quad (9)$$

のように表せる。

3.2 静止ラケットにボールを一定速度で衝突させる場合の予測結果の比較

図4は、両ラケットのストリングス面にボールが一定の速度 30 m/s で衝突したときのラケットフレームの振動によるエネルギー損失の割合を示す。フレームの振動成分は、2節曲げ、2節ねじり、3節曲げ、ストリングスの1次の膜振動を考慮している。オフセンターではフレームの2節曲げと2節ねじり成分が大きい。打球面が広く固有振動数の低い EOS120A の方がエネルギー損失が大きく、オフセンターでの振動振幅がかなり大きいことを示している。ねじり振動モードの腹の位置での衝突で振動が特に大きい。

図5は、衝突速度が 30 m/s の場合の反発係数 e_r の予測値を示す。図4の結果から予想されるように、両ラケットの反発係数が高い領域は2節曲げ振動と2節ねじり振動の節の位置に近い領域であり、オフセンターでは EOS120A の反発係数の低下が目立つ。

図6は、衝突速度が 30 m/s の場合の反発力係数 e の予測結果である。反発力係数 e には、換算質量と反発係数が影響する。図2の分布と傾向が似ており、極端なオフセンターを除くと、反発力係数 e には反発係数よりも換算質量

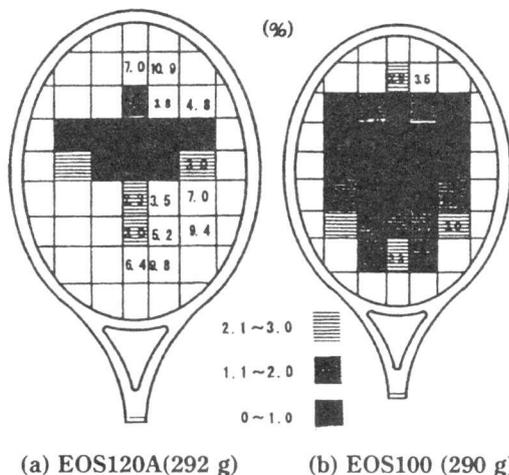


Fig.4 Predicted energy loss due to racket vibrations when a ball hits a racket at a velocity of 30 m/s.

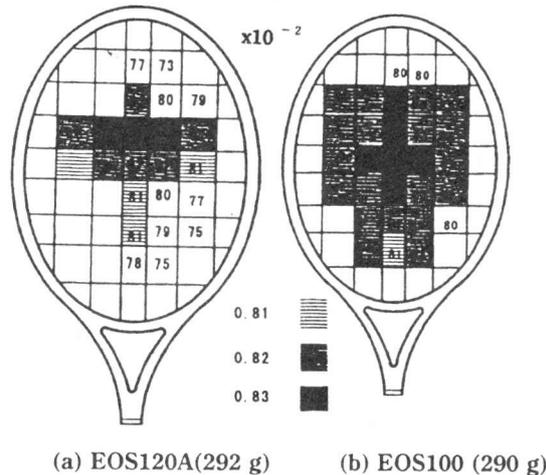


Fig.5 Predicted restitution coefficient e_r . ($V_{B0} - V_{R0} = 30$ m/s)

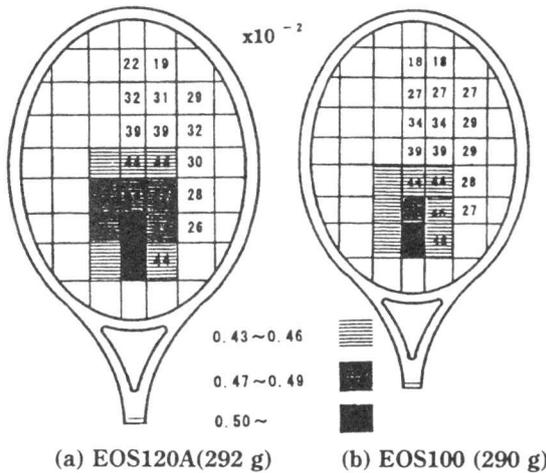


Fig.6 Predicted rebound velocity coefficient e . ($V_{B0} - V_{R0} = 30$ m/s)

の影響の方が大きいことを示している。長さ方向の中心線上の根元側で高い値を示す。根元側の長さ方向の中心線から外れたオフセンター以外では、EOS120A の反発力係数の方が全体的に高い。根元側の中心線上から大きく外れた位置で反発力が低下するのは、反発係数 e_r が低下するのに加えて、ラケットが長さ方向の軸まわりに回転し、換算質量が小さくなるからである。

3.3 ボールの飛び(打球速度)に関するスイートエリアの予測結果の比較

反発力係数 e を用いると、式(7)は

$$V_B = -V_{B0} \cdot e + V_{R0} \cdot (1 + e) \quad (10)$$

と書ける。打球方向のボール速度は

$$|V_B| = |V_{B0}| \cdot e + |V_{R0}| \cdot (1 + e) \quad (11)$$

と表されるから、ラケット速度 V_{R0} を実際のスイングに近く与えてやれば、打撃直後のボール速度が予測できることになる。

実際のプレーにおいて、サービス以外のストロークでは、スピンをかけるプレーヤーでもインパクト直前までは肘と手首の関節はあまり動かしていない。ここでは、手首と肘

の関節角度を一定に保って肩関節だけに一定の回転トルク N_s を与え、腕・ラケット系が肩関節まわりに $\pi/2$ 回転したところでボールとラケットが衝突するようなスイング・モデルを考える。

肩関節からラケット面上の衝突位置までの距離を L_x とすれば、腕・ラケット系が肩関節まわりに $\pi/2$ 回転したときの衝突位置のラケット速度 V_{R0} は

$$V_{R0} = L_x (\pi N_s / I_s)^{1/2} \quad (12)$$

となる⁽³⁾⁽⁷⁾。ただし、

$$I_s = I_A + I_{RS} \quad (13)$$

$$I_{RS} = I_G + M_R (L_{RS} + L_G)^2 \quad (14)$$

ラケットの質量を M_R 、重心まわりの慣性モーメントを I_G 、グリップ端から重心までの距離を L_G 、上腕、前腕、手の質量⁽⁸⁾ を考慮した腕系の肩関節まわりの慣性モーメントを I_A 、グリップ端から肩関節までの水平面に投影した距離を距離を L_{RS} としている。 I_s はスイング動作における腕・ラケット系の肩関節まわりの慣性モーメント、 I_{RS} はラケットの肩関節まわりの慣性モーメントを意味する。

衝突直前のボール速度 V_{B0} と式(12)の V_{R0} を式(11)に与えると、ストリング面の任意の位置での打球速度を予測することができる。

図7、図8は、それぞれ、肩関節トルク $N_s = 56.9 \text{ N}\cdot\text{m}$ 、ボール入射速度 10 m/s のときの衝突における反撥係数と反発力係数の値の分布を示す。 $I_A = 0.085 \text{ kgm}^2$ 、 $I_{RS} = 0.342 \text{ m}$ を与えている⁽⁷⁾。図9は、衝突直前のラケット・ヘッドの速度を示す。

図7および図8の結果は、図5、6の場合に衝突速度の値が近いので、それぞれ図5、図6に似た結果になっている。

図9において、ラケット・ヘッドの速度はラケット面を相似的にみると先端側ではほとんど同じであり、根元側で EOS120A の方がやや低い。

図10は、同じ条件での打球速度 V_B の予測値である。ストリング面上の数値は打球速度を表しており、ボールの飛びの良い領域を濃淡で示している。ボールの飛びに関しては、打球面サイズに比例して EOS120A の方がスイートエリアが広く、しかもラケット面の中心近くに位置している。長さ方向の中心線を大きく外れた場合、ラケット面を相似的に見れば大きな差はない。

図11は、長さ方向の中心線上の打点で打撃したときの打

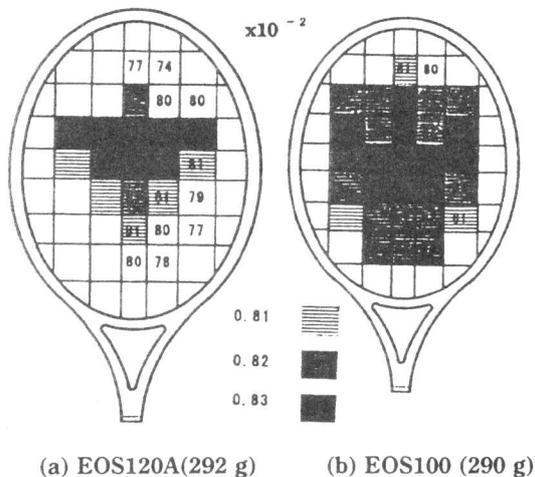


Fig.7 Predicted restitution coefficient e_r .
($V_{B0} = 10 \text{ m/s}$, $N_s = 56.9 \text{ Nm}$)

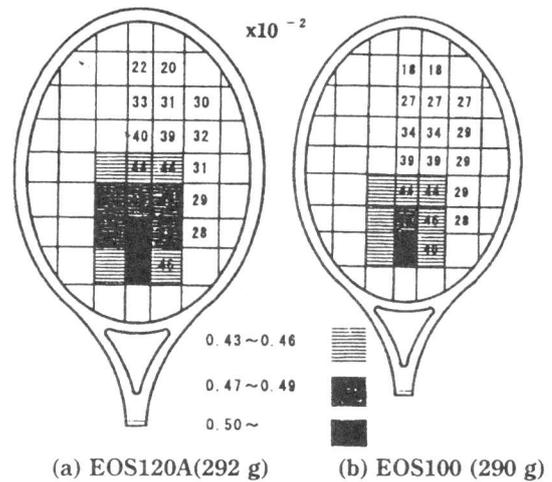


Fig.8 Predicted rebound velocity coefficient e .
($V_{B0} = 10 \text{ m/s}$, $N_s = 56.9 \text{ Nm}$)

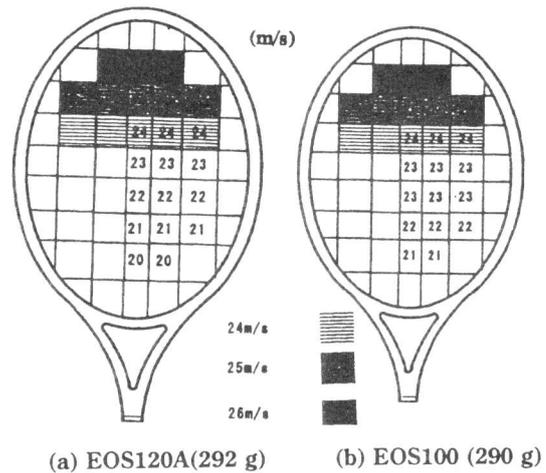
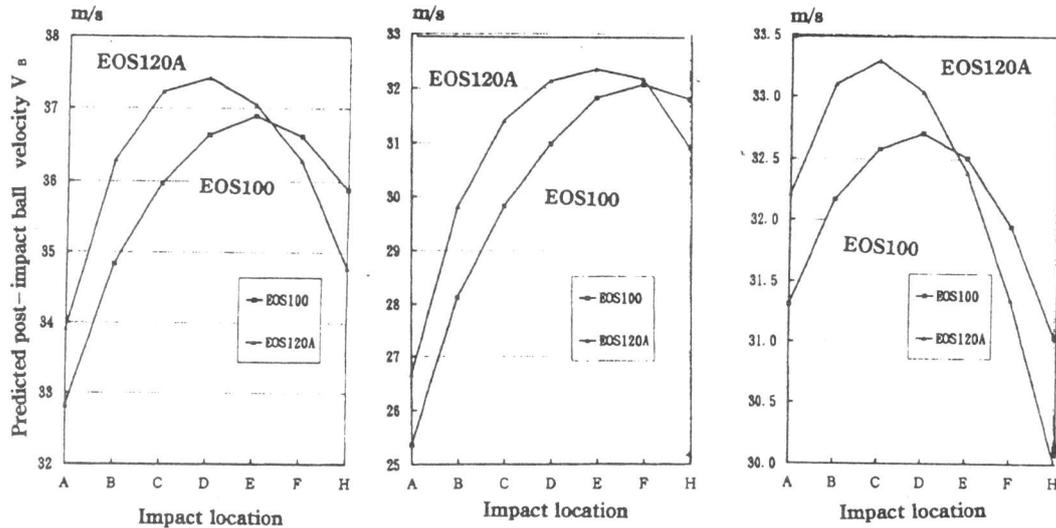


Fig.9 Predicted pre-impact racket velocity V_{R0} .
($V_{B0} = 10 \text{ m/s}$, $N_s = 56.9 \text{ Nm}$)

球速度の予測値であり、(a)は図7~図10と同じ条件(ラリーにおけるグランドストロークを想定)での結果、(b)は衝突直前のボール速度が2倍で肩関節トルクが1/2の場合(サーブ・リターンを想定)、(c)はボール速度が零の場合(スイング・モデルは異なるがサーブを想定)の結果である。(a)の場合、EOS120Aはラケット面の中心でもっとも飛びが良く、EOS100はやや根元側が良い。(b)の場合、EOS120Aはやや根元側、EOS100はスロート(首)に近いところで打球は速い。(c)の場合、EOS120Aは先端側、EOS100はラケット面の中心でもっとも飛びが良い。衝突直前のボール速度に比べてラケット・ヘッドの速度が速いほどボールの飛びが良い打点は先端側に移動する。

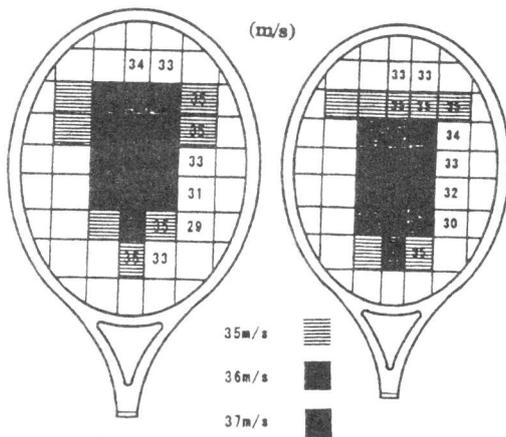
ラケット面の長さ方向の中心線から外れた打点B2および打点F2の反発力と衝突速度の関係を予測した結果によると、EOS120Aは衝突速度の増大とともに反発力がかなり低下するが、EOS100はほとんど低下しない。EOS120Aの反発力が低下するのは、フレームの振動によるエネルギー損失が大きいことを示しており、打点F2では、衝突速度が増すと、EOS100の方が反発が良いということになる。

また、ラケット面の長さ方向の中心線から大きく外れた打点位置B2、C2、D2、E2、F2の反発力の予測結果(衝突



(a) $V_{B0} = 10 \text{ m/s}, N_S = 56.9 \text{ Nm}$ (b) $V_{B0} = 20 \text{ m/s}, N_S = 28.45 \text{ Nm}$ (c) $V_{B0} = 0 \text{ m/s}, N_S = 56.9 \text{ Nm}$

Fig.11 Predicted post-impact ball velocity V_B



(a) EOS120A(292 g) (b) EOS100 (290 g)

Fig.10 Predicted sweet area with post-impact ball velocity V_B . ($V_{B0} = 10 \text{ m/s}, N_S = 56.9 \text{ Nm}$)

速度は 40 m/s (一定) によると、先端側では打球面の広い EOS120A が反発は良く、根元側では EOS100 の方が反発が良い。長さ方向の中心線上で反発力係数の低い先端側では、中心線を外れてもラケットは長さ方向軸まわりには回転しにくい。一方、長さ方向の中心線上で反発力係数の高い根元側では、中心線を外れるとラケットは回転しやすく、反発力が大きく低下する。結果としては、図13のように、ほぼ一定の反発力を示す。

4. 結論

ボールとラケットの実験的な同定と衝突解析により、ラケット面上の任意の位置、任意の速度でボールと衝突するときの反発係数および反発力係数を定義し、質量が等しく打球面の広さが異なる2本の超軽量ラケットについて、簡単なスイング・モデルによりボールの飛びに関するスイート・エリアを予測し、ラケットの物理特性との関係を明らかにした。

(1) 打球面サイズに比例してスイートエリアが広く、しかもラケット面の中心近くに位置する。長さ方向の中心線を大きく外れた場合は、ラケット面を相似的に見ればボールの飛びに大きな差はない。

(2) 衝突前のボール速度と比べて、スイングが速いほど、ボールの飛びが良い打点は先端側に移動する。

(3) ラケット面の長さ方向の中心線から外れた先端側、根元側の打点では、大形サイズのラケットは、フレーム振動によるエネルギー損失が大きいために衝突速度の増大とともに反発力がかなり低下する。

(4) ラケット面の長さ方向の中心線から大きく外れた打点位置の反発力は、先端側でも根元側でもほぼ一定の値を示す。

おわりに、実験用ラケットと資料の提供をいただいたヤマハ(株)スポーツ事業部ならびに水野盛夫、高塚政則の両氏、日頃ご討論いただいている榎橋応用力学研究所・榎橋良次氏および日本スポーツ産業学会・スポーツ工学専門分科会および日本テニス学会の諸氏に厚くお礼申し上げます。また、図表作成にご協力いただいた埼玉工大・平成7年度4年生 太田憲、大桃仁、岸田敬実の各君に深謝する。

なお、本研究の一部は平成8年度文部省科学研究費 基盤研究B、基盤研究Cの援助を受けてなされたものであることを付記する。

文献

- (1) 川副, 機械学会シボジウム講論集, No. 940-59(S) (1994), 118-123.
- (2) 川副・友末・吉成, 機械力学・計測制御講論集, No. 96-5 (1996), 497-500.
- (3) 川副・友末, スポーツ工学シボジウム1996講論集,
- (4) 川副, 機論, 61-584, C編(1995), 1300-1307.
- (5) 川副, 機論, 59-562, C編(1993), 1678-1685.
- (6) 川副, 69期全国講論集, No. 910-62 (1991), 187-189.
- (7) 川副・神田, 機論, 59-566, C編(1993), 3108-3115.
- (8) 浅見・宮下・渡辺(編), 現代体育・スポーツ体系, 7(1984), 277, 講談社.