

209 手動による倒立振子・台車系の安定化制御における  
人間の非線形制御特性  
(時系列実測データからの個人差と習熟過程のファジィ同定と  
ファジィ制御シミュレーション)

Nonlinear Characteristics of an Operator Behavior during Stabilizing Control  
of an Inverted Pendulum on a Cart.

(Fuzzy Identification of Individual Difference and Skill Up Process from  
Experimental Time Series Data and Fuzzy Control Simulation)

正 川副嘉彦（埼玉工大）

Yoshihiko KAWAZOE, Saitama Institute of Technology, 1690 Fusaiji, Okabe, Saitama

There seem to be few studies and a number of unclarified points regarding the nonlinear human behavior in the man-machine system with an inherently unstable system as well as in the learning process with difficult control objects. This paper tries to identify and simulate the individual difference and skill up process of human behavior utilizing fuzzy reasoning to investigate in detail and extensively the nonlinear characteristics of human operation in the stabilization of an inverted pendulum mounted on a cart.

Key Words: Dynamics of Machinery, Manual Control, Stability, Fuzzy Identification, Fuzzy Control, Stabilizing Control, Inverted Pendulum, Nonlinear Phenomenon, Chaotic Behavior, Human Operator, Individual Difference, Skill Up Process

## 1. 緒言

従来の人間-機械系の研究分野においては、熟練後の人間の特性や人間の制御動作のうち線形応答については多くの成果が得られ、各種の伝達関数モデルが提案されてきた<sup>(1)</sup>。しかし、これらの研究では、人間にに関する特徴である非線形、あるいは非定常な応答は雑音項として処理されており、難しい制御対象や学習が進行して行く過程での人間の応答に顕著な、非線形・非定常な応答については不明な点が多い<sup>(2)(3)</sup>。

人間の制御動作を明らかにするためには個々の制御動作に立ち入った研究の必要性が指摘されており、アナログ計算機で模擬した不安定な2次振動系を制御対象として、反発力のない無定位形ダイヤルとCRTディスプレイを使い、人間の安定化動作と学習過程における非線形動作を調べた研究<sup>(3)</sup>や人間の手動制御の考え方を振子の振り上げ問題に適用した研究<sup>(4)</sup>もある。

著者らは、不安定系の例として台車上の倒立振子を取り上げ<sup>(5)-(7)</sup>、人間の巧みな制御拳動や習熟過程、個人差などの特性を実測時系列データから同定する方法を検討している。倒立振子のように平衡点不安定な非線形系を人間が制御して安定化させるためには、人間には過酷な状況判断が要求され、人間は時と場合により複雑な行動を行うことが予想される。閉ループ制御系の要素として人間が介在することにより、システム全体として複雑系（要素の変更により新しい性質や能力を生むシステムのことを指す）<sup>[8]</sup>が形成される可能性が十分考えられる。

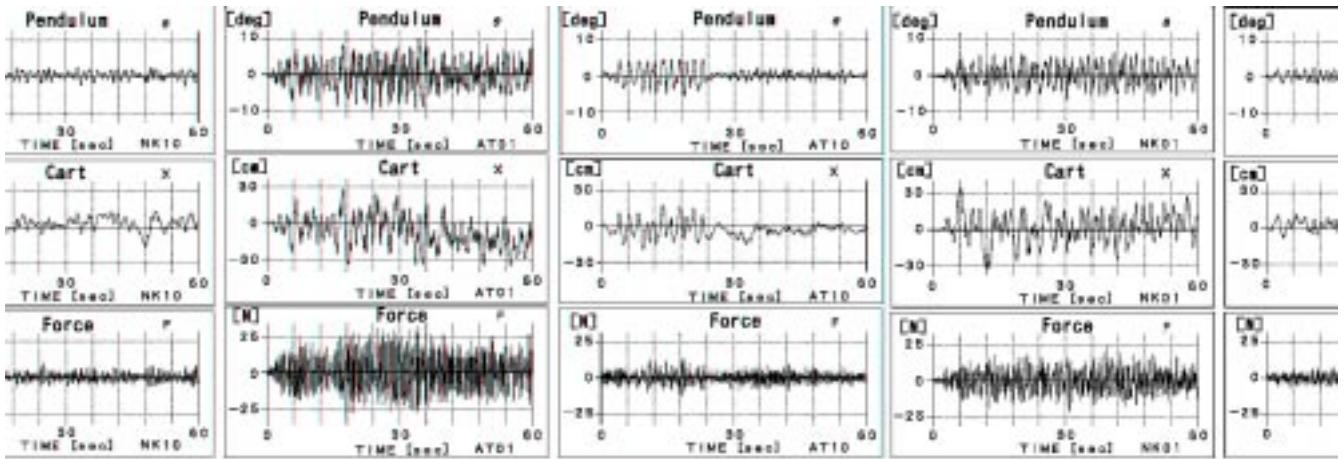
前報<sup>(5)-(7), (9)(10)</sup>までに、人間の手による安定化制御には、リミットサイクル的な拳動や不規則的な拳動が見られ、個人差が大きく、60秒間の試行の途中でも拳動に変化が見られる場合があること、PID制御実験ではリミットサイクル的変動状態の方が静止的状態よりも外乱に強いこと、複雑系成立の可能性を探るために手動による安定化

制御における時系列実測波形についてエントロピー診断を行ったところ、総エントロピーの割合は、セル数を十分大きくした場合(>100)、いずれも75~95%の値を示し、無秩序さの多いことなどが示された。また、カオス性を示す尺度として算出した最大アプローフ指数も正の値を示した。さらに、エントロピーの割合は、学習効果によってその値が変化し、学習によって無秩序さの程度が大きく変わっていることが示された。さらに、60秒間の安定化制御にある程度習熟した試行者の時系列実測波形から人間の非線形制御特性をファジィ推論により同定し、同定したファジィ制御装置を用いて安定化制御のシミュレーションを試みた。安定化制御に成功し、シミュレーション波形の時系列データから算出した最大アプローフ指数も正值を示した。

本研究では、個人差と習熟過程に着目してさらに多くの試行例について同定とカオス・エントロピー診断を試みた。なお、本研究での安定化制御は倒れないという意味であり、安定というのは有限振幅の非線形の意味での安定性を指す。

## 2. 手動による倒立振子・台車系の安定化制御実験

人間の手による倒立振子（倒立棒）の安定化制御実験は、倒立振子の下端をシャフトおよびミニチュア・ベアリングを使用して摩擦の少ない状態で支持し、倒立振子が傾くと、人間の手により台車を水平に移動させて、振子が倒れないように制御を行う。倒立振子は、長さ125.3 mm、質量0.175 kgの中空丸棒であり、台の上にリニアベアリング用のスライド・レール（長さ 760 mm、台車の長さを差し引くと 720 mm）を固定し、リニアベアリングに固定した台車を左右方向に直線的に手でスライドさせて振子棒が倒れないように制御する。振子棒の傾斜角と台車の移動変位をポテンショメータにより検出し、A/D変換器を通してパーソナルコンピュータに取り込む。手で台車を移動させて倒立振子が倒れないように制御することは実験の初期には難しいが、練習することにより 60 s 間の制御が可能



(a)NK01

(b)NK10

(c)AT01

(d)AT10

Fig.1 Measured wave forms of pendulum angle, cart displacement, and force.

になる。本研究では、60 s 間の安定化制御にある程度習熟した各試行者の 10 回の試行による時系列データを同定のために使用した。図 1 は実測時系列波形であり、上から倒立振子角変位、台車変位、台車に作用する力を表している。(a)(b)はそれぞれ人間 NK の 1 回目 (NK01)、10回目 (NK10) の試行であり、(c)(d)はそれぞれ人間 AT の 1 回目 (AT01)、10回目 (AT10) の試行を示す。

### 3. ファジィ推論による人間の制御特性の同定法

入力として振子の角変位  $\theta_t$ 、角速度  $\dot{\theta}_t$ 、および台車変位  $X_t$ 、台車速度  $X'_t$ 、出力として台車への外力  $F_t$  の時系列実測値を用いて制御装置としての人間の制御特性を同定した。ただし、外力  $F_t$  は振子と台車の状態量実測値から運動方程式を使って間接的に算出した。ファジィルール表およびメンバシップ関数の同定手順の概略を以下に示す。前件部は、状態変数を低次元化した振子関係統合変数  $\theta_t + \dot{\theta}_t$  および台車関係統合変数  $X_t + X'_t$  の 2 变数とし、後件部は  $F_{t+1}$  として、まず、 $\theta_t + \dot{\theta}_t$  の時系列データ  $\theta_n, \dot{\theta}_n$  から任意の統合係数  $\alpha$  を用いて  $\theta_t + \dot{\theta}_t$  の時系列データを、同様に時系列データ  $X_n, X'_n$  と統合係数を用いて  $X_t + X'_t$  の時系列データを作成する。次に、 $\theta_t + \dot{\theta}_t, X_t + X'_t, F$  の時系列データの度数分布を作成し、例えば  $G_{NB} = 10\%$ ,  $G_{NS} = 25\%$ ,  $G_{ZR} = 30\%$ ,  $G_{PS} = 25\%$ ,  $G_{PB} = 10\%$  のような割合でグループ分けし、各グループの境界線部分に当たるデータを  $D_{NB\_NS}, D_{NS\_ZR}, D_{ZR\_PS}, D_{PS\_PB}$  とする。

メンバシップ関数のラベルは  $\theta_t + \dot{\theta}_t, X_t + X'_t$  について 5 段階として

$$\begin{aligned} NB &= (\text{データの最小値}), NS = (D_{NB\_NS} + D_{NS\_ZR})/2, \\ ZR &= (\text{データの平均値}), PS = (D_{ZR\_PS} + D_{PS\_PB})/2, \\ PB &= (\text{データ的最大値}) \end{aligned}$$

のように、また、 $F$  のラベルは 9 段階 (-4~4) として

$$\begin{aligned} NB &= (\text{データの最小値}), NMB = (NB + NS)/2, \\ NS &= (D_{NB\_NS} + D_{NS\_ZR})/2, NMS = NS/2, \\ ZR &= (\text{データの平均値}), PMS = PS/2, \\ PS &= (D_{ZR\_PS} + D_{PS\_PB})/2, PMB = (PB + PS)/2, \\ PB &= (\text{データ的最大値}) \end{aligned}$$

のように求める。

ルール表の同定については、 $5 \times 5 (=25)$  のルールの各マス目に入る出力を次のように求める。たとえば、時刻  $t$

における時系列データ  $\theta_t + \dot{\theta}_t$  が  $G_{NB}$ ,  $X_t + X'_t$  が  $G_{ZR}$ ,  $F_{t+1}$  が  $G_{NS}$  とすると、ルール表の  $\theta_t + \dot{\theta}_t = NB, X_t + X'_t = ZR$  であるマス目の  $F = NS$  のラベルを一つカウントする。これをデータ数(2046個)だけ繰り返して各マス目の  $F$  の各ラベル数を求め、式(1)の重み付き平均により  $F_0$  を求める。 $F_0$  の値が適合する出力ラベルを表 1 からマス目ごとに求め、ルール表を同定する。

$$F_0 = \frac{(-4.4 \cdot NB) + (-2.0 \cdot NS) + 0.0 \cdot ZR + 2.0 \cdot PS + 4.4 \cdot PB}{NB + NS + ZR + PS + PB} \quad \dots (1)$$

Table 1 Conformity of  $F_0$ 

Output	NB	NMB	NS	NMS	ZR	PMS	PS	PMB	PB
Label	$F_0$	-3.5	-2.5	-1.5	-0.5	0.5	1.5	2.5	3.5

### 4. 個人差・習熟度とルール、メンバシップ関数の同定およびファジィ制御シミュレーション

図 2 は、人間 NK の 1 回目の試行 (NK01) の時系列データからファジィ推論により同定したメンバシップ関数とルール表であり、図 3 はこのときの  $\theta_t + \dot{\theta}_t, X_t + X'_t, F$  の度数分布であり、 $\alpha = 0.0325, \beta = 0.100$  である。

倒立振子・台車系の運動方程式は、式(2), (3)のようになる。ただし、 $m$  は振子の質量、 $M$  は振子と台車と手の質量の和。 $2L$  は振子の長さ、 $I$  は振子の支点まわりの慣性モーメント、 $F$  は台車に作用する力、 $\mu_x$  は倒立振子支点の摩擦係数、 $\mu_z$  は台車とレール間の摩擦係数である。

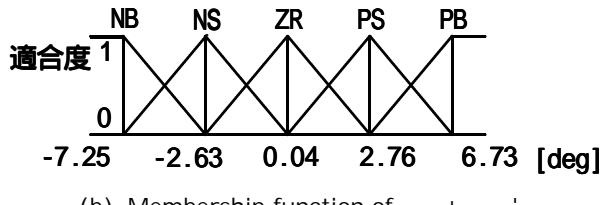
$$\begin{aligned} M\ddot{X} - (mL\cos\theta)\ddot{\theta} + \mu_x\dot{X} + (mL\sin\theta)\dot{\theta}^2 &= F \quad \dots (2) \\ -(mL\cos\theta)\ddot{X} + I\ddot{\theta} + \mu_z\dot{\theta} &= mgL\sin\theta \quad \dots (3) \end{aligned}$$

安定化制御シミュレーションでは、ファジィ制御器の出力である台車への外力  $F$  が与えられると、4 次元のルンゲ・クッタ法により台車の変位  $X$  と速度  $X'$  及び、振子の角速度  $\dot{\theta}$  と角速度  $\ddot{\theta}$  が求まる<sup>(10)</sup>。

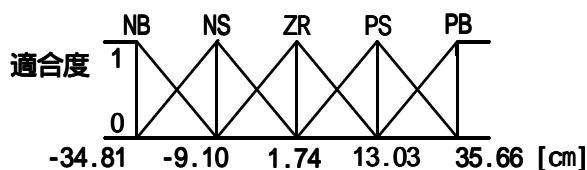
図 4 は、ファジィ同定によるメンバシップ関数とルール表を用いたファジィ制御による倒立振子の安定化シミュレーション結果である。図の上から(1)振子角変位、(2)台車変位、(3)台車に作用する力の時系列波形を表しており、

		+				
		N B	N S	Z R	P S	P B
X	N B	P S	P M S	N M S	N M B	Z R
	N S	P M B	P M S	N M S	N M B	Z R
	Z R	P B	P S	Z R	N S	N B
	P S	Z R	P M B	P M S	N M S	N M B
	P B	Z R	Z R	P M S	N M S	N S

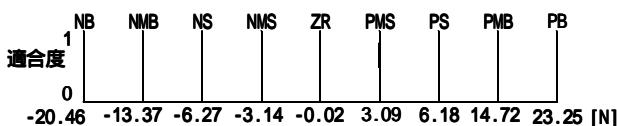
(a) Rule for control of a pendulum on a cart



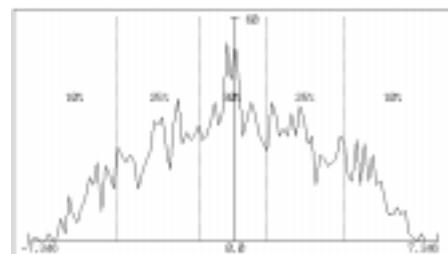
(b) Membership function of +



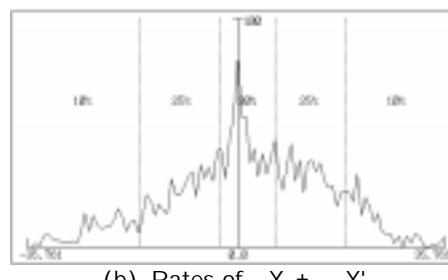
(c) Membership function of  $X + X'$



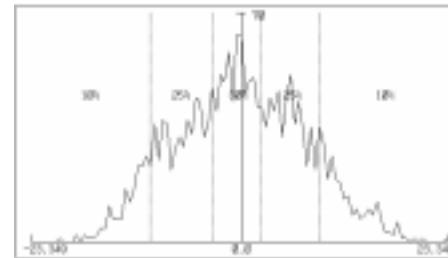
(d) Membership function (Singleton) for output  
Fig.2 Rule table and membership functions identified  
from experimental data(Human NK01)  
 $(\alpha = 0.0325, \beta = 0.100)$



(a) Rates of +



(b) Rates of  $X + X'$



(c) Rates of applied force F on the cart

Fig.3 Rates of  $+$ ,  $X + X'$  and  $F$   
of 1st trial of Human NK( $\alpha = 0.0325$ ,  
 $\beta = 0.100$ )

左からそれぞれ人間 NK の 1 回目 (NK01) , 10回目 (NK10) , 人間 AT の 1 回目 (AT01) , 10回目 (AT10) の試行を示す . 倒立振子の初期角度は 3[deg] , 制御のサンプリング間隔は 0.06[s]である .

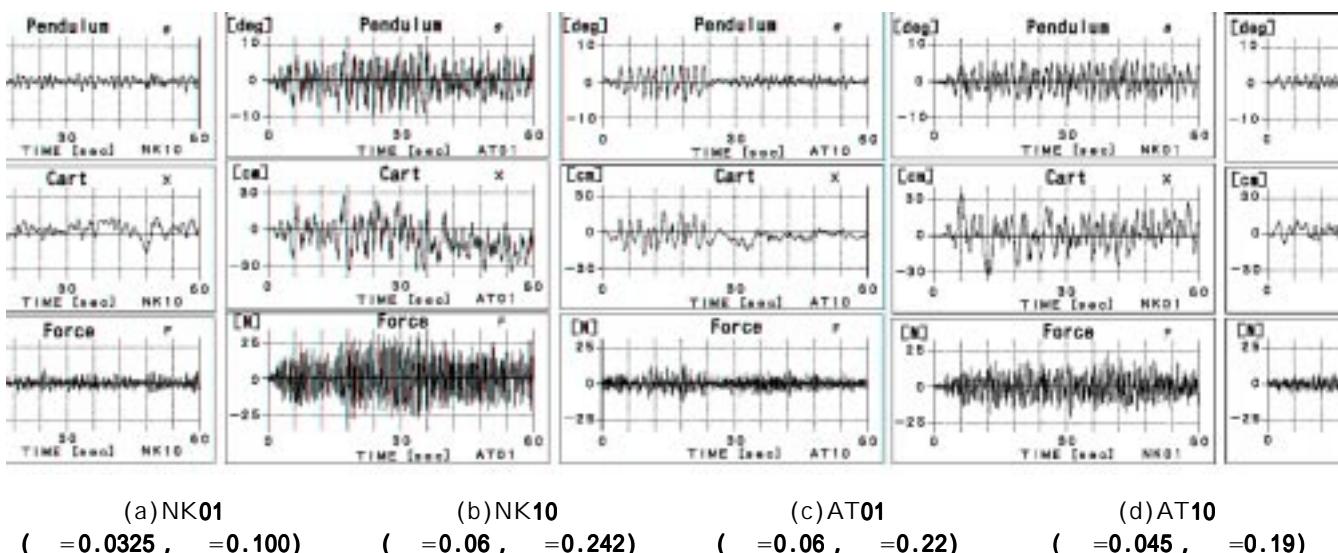


Fig.4 Simulated results with identified control rules from manual control data using fuzzy reasoning.

	+				
	N B	N S	Z R	P S	P B
N B	P S	P M S	N M S	N M B	Z R
N S	P M B	P M S	N M S	N M B	Z R
Z R	P B	P S	Z R	N S	N B
P S	Z R	P M B	P M S	N M S	N M B
P B	Z R	Z R	P M S	N M S	N S

(a)NK01

	+				
	N B	N S	Z R	P S	P B
N B	P S	Z R	N M S	N S	Z R
N S	P M B	P M S	N M S	N S	N S
Z R	P M B	P S	Z R	N S	N M B
P S	Z R	P S	N M S	N M S	N S
P B	Z R	Z R	N M S	N M S	N S

(b)NK10

	+				
	N B	N S	Z R	P S	P B
N B	P M B	P M S	Z R	Z R	Z R
N S	P B	P S	N M S	Z R	Z R
Z R	P B	P M B	Z R	N M B	N B
P S	Z R	P B	P M S	N S	N M B
P B	Z R	Z R	P M S	N M S	N M B

(c)AT01

	+				
	N B	N S	Z R	P S	P B
N B	P M B	Z R	N S	Z R	Z R
N S	P M B	P S	N S	N B	Z R
Z R	P M B	P S	Z R	N S	N B
P S	Z R	P M B	P M S	N M S	N M B
P B	Z R	P B	P M S	N M S	N M B

(d)AT10

Fig.5 Identified fuzzy rules from manual control data for stabilizing control of an inverted pendulum on a cart.

図5は、図4のシミュレーションに使用したルール表であり、人間NKの1回目(NK01)、10回目(NK10)、人間ATの1回目(AT01)、10回目(AT10)の試行における時系列データから同定したものである。

図6は、実測時系列データおよびシミュレーションの時系列データから算出した最大アプロフ指数であり、横軸は埋め込み次元である<sup>(9)</sup>。両者とも正值を示し、カオス的挙動であることを示している。

図7は、実測時系列データおよびシミュレーションの時系列データから算出した総エントロピーの値を最大値(ランダムな場合)で割った値(総エントロピーの割合と呼ぶ)である。横軸はセル数である。総エントロピーの割合は試行を重ねるごとに減少する傾向にある。これは、試行を重ねる毎に学習により倒立振子の安定化制御における無秩序さの程度が減少しているためと考えられる。

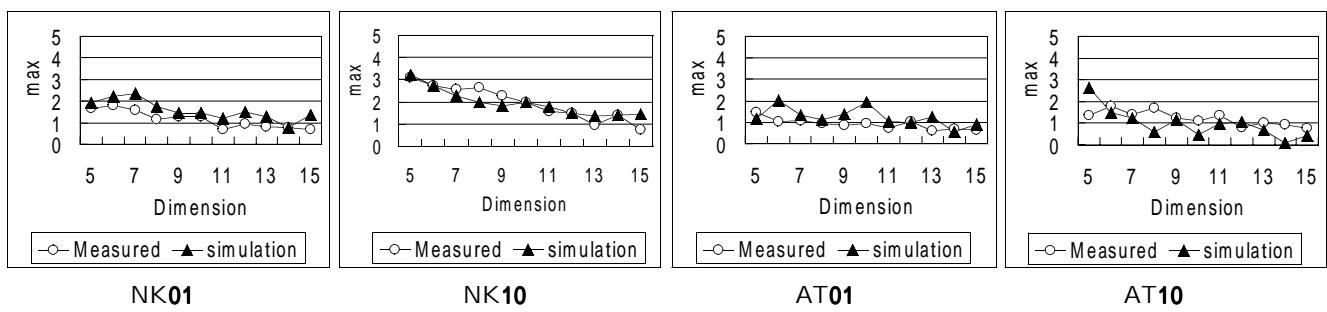


Fig.6 Maximum Lyapunov Exponent.

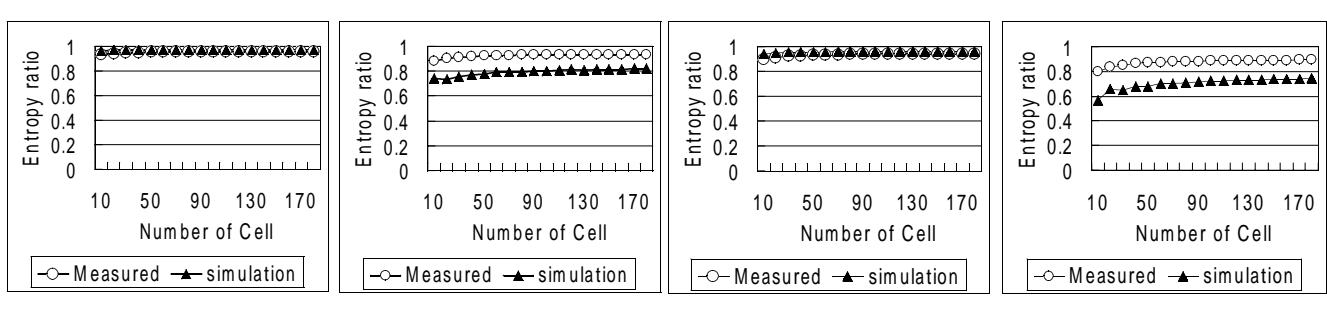


Fig.7 Ratio of entropy against maximum entropy.

## 5. 結 論

人間による倒立振子・台車系の安定化制御実験の時系列データからファジィ推論により個人差と習熟過程を同定し、同定したファジィ制御器を用いた安定化制御シミュレーション結果についてカオス・エントロピー診断を試みた。振子角と台車変位の時系列波形、位相面表示、パワースペクトルが比較的よく似た結果も得られたが、一般的に習熟度の高い方が同定が難しいようである。シミュレーション時系列波形の解析からも無秩序さの多いことやカオス性が示された。

おわりに卒業研究として実験にご助力いただいた1995年度塙博之・丸山英子・中村有理子・近藤大樹、図表作成にご助力いただいた1998年度陶山憲幸・関根誠の諸君に厚くお礼申し上げる。

## 文献

- (1) 井口、人間 - 機械系、情報科学講座(1970), 共立出版
- (2) 藤井・田口, システムと制御, 25-6(1981), pp.328-335.
- (3) 伊藤・伊藤, 電気学会論文誌 C, 96-5(1976), pp.109-115.
- (4) Inooka,H.,Theor.and Appl.Mech.,40(1991),pp.3-9.
- (5) 川副, D&D'92講論集, Vol. A, No. 920- 55(1992), pp. 1-6.
- (6) Kawazoe,Y.,Proc.1st MOVIC(1992),pp.930- 935.
- (7) Kawazoe,Y.and Ju,D.Y.,Proc.2nd MOVIC(1994), pp.645- 650.
- (8) 井上, カオスと複雑系の科学, 日本実業出版社 .
- (9) 川副・太田・田中・永井, 第5回運動と振動の制御シンポジウム講論集, No. 97- 31(1997), pp. 395- 398.
- (10) 川副・橋本・太田, 機械力学・計測制御講論集, No. 98- 8 ,pp.168- 171.