

## Prediction and Estimation of the Power of Thermoplastic Composite Tennis Racket

○川副 嘉彦 (埼玉工大)

Yoshihiko KAWAZOE, Saitama Institute of Technology, Fusaiji 1690, Okabe-machi, Saitama

At the current stage, the terms used in describing the performance of a tennis racket are based on the feeling of an experienced tester or a player. However, the optimum racket depends on the physical and technical levels of each user. Accordingly, there are a number of unclear points regarding the relationship between the performance estimated by a player and the physical properties of a tennis racket. It is said that although the racket, which adopted the thermo plastics, has a high vibration damping and a soft feeling during impact it cannot be light weighted owing to the weak strength resulting in the inferior power. This paper has predicted the performance of the thermoplastic composite tennis racket comparing with the normal composite in terms of the power. It is based on the experimental identification of the racket dynamics and the approximate nonlinear impact analysis with a simple forehand swing model. The predicted results could explain the mechanism of difference in power between the rackets with different physical properties.

**Key Words:** Dynamics, Sports Engineering, Tennis Racket, Thermoplastic Composite, Impact, Coefficient of restitution, Power, Prediction of performance

現状では、テニスラケットの性能は経験の深いテスターやプレイヤーの感覚に基づいて評価される。一般プレイヤーにとっては、ボールを実際に打ってみてはじめて性能がわかるというのが現実である。しかも、ラケットの性能はプレイの状況により異なるので、カタログなどに記載されているラケット性能とユーザーによる経験的性能評価とが必ずしも一致しないという声もよく聞かれる。

一般にラケットに求められる基本的な性能は、パワー、コントロール、打球感といわれている。

熱可塑性樹脂サーモプラスチックを採用したテニスラケット<sup>(1)</sup>は、振動減衰性が高くソフトな打球感が得られるが、強度的にあまり軽くできないためラケットのパワーに関する性能が劣ると言われている。

本論文では、熱可塑性複合材ラケット FX-110TP と従来型重量バランスの複合材ラケット EX-110 について、実験的同定に基づく衝突解析<sup>(2)-(9)</sup>によりボールとラケットの反発係数、ラケットの反発性、ラケットの操作性、ボールの飛び(ラケットのパワー)の違いを予測し、熱可塑性複合材テニスラケットのパワーに関する性能の客観的な評価を試みた。

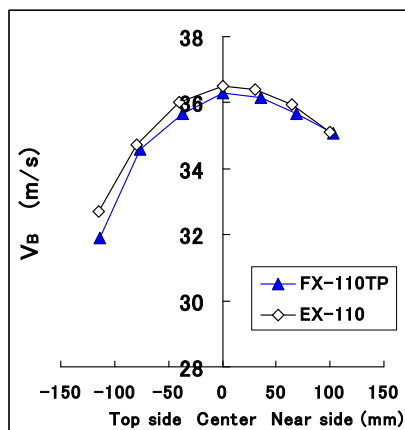
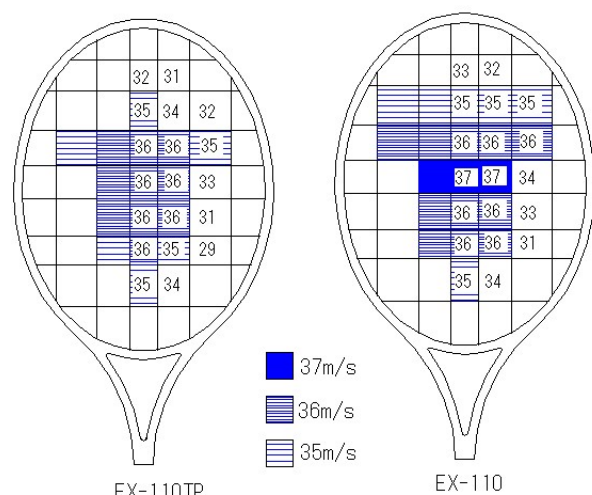


Fig.A1 Predicted post-impact ball velocity  $V_B$  on the longitudinal axis ( $N_S=56.9\text{Nm}$ ,  $V_{BO}=10\text{m/s}$ ).

振動減衰性が高くソフトな打球感が得られるという熱可塑性ラケット FX-110TP は、従来型ラケット EX-110 に比べて、ラケットの反発性はやや低く、長手方向中心線から横に外れた衝突位置でかなり低下する。インパクト直前のラケット打点速度  $V_{RO}$  は FX-110TP の方が速い。

図A1およびA2は、ラケット面中心から長手方向に外れたオフセンターでのボールの飛び $V_B$ 、およびラケット面上の打球速度 $V_B$ の高い領域を示す。ラケット面中心から長手方向に外れた場合は、あまり大きな差はなく、FX-110TP は EX-110 に較べて打球がわずかに遅い。しかし、長手方向軸から横に外れたオフセンターの先端側では FX-110TP の打球速度はかなり低下する。打球速度 $V_B$ の高い領域も EX-110 に較べてやや狭い。



(a) on the longitudinal axis (b) off the longitudinal axis

Fig.A2 Predicted post-impact ball velocity  $V_B$  ( $N_S=56.9\text{Nm}$ ,  $V_{BO}=10\text{m/s}$ )

# 1. 緒言

現状では、テニスラケットの性能は経験の深いテスターやプレイヤーの感覚に基づいて評価される。一般プレイヤーにとっては、ボールを実際に打ってみてはじめて性能がわかるというのが現実である。しかも、ラケットの性能はプレイの状況により異なるので、カタログなどに記載されているラケット性能とユーザーによる経験的性能評価とが必ずしも一致しないという声もよく聞かれる。

一般にラケットに求められる基本的な性能は、パワー、コントロール、打球感といわれている。熱可塑性樹脂サーモプラスチックを採用したテニスラケット<sup>(1)</sup>は、振動減衰性が高くソフトな打球感が得られるが、強度的にあまり軽くできないためラケットのパワーに関する性能が劣ると言われている。

本論文では、熱可塑性複合材ラケットと従来型重量バランスの複合材ラケットについて、実験的同定に基づく衝突解析<sup>(2)-(9)</sup>によりボールとラケットの反発係数、ラケットの反発性、ラケットの操作性、ボールの飛び（ラケットのパワー）の違いを予測し、熱可塑性複合材テニスラケットのパワーに関する性能の客観的な評価を試みる。

# 2. ラケットとボールの実験的同定と衝突解析の概要

ボール・ストリングス系の非線形復原力特性は、圧縮試験における荷重-変位特性実測値を用いて、最小二乗法により同定する。衝突におけるボールとストリングスのエネルギー損失は、ラケット・ヘッド固定でボールをストリングスに衝突させたときの反発係数実測値  $e_{BG}$  を用いて求める<sup>(2)-(5)</sup>。剛体特性は、重心まわり慣性モーメントと長手方向軸まわり慣性モーメントを実験的に算出し、打点に換算した換算質量  $M_r$  として同定する<sup>(9)</sup>。

ラケットの振動特性は実験モード解析に基づいて同定し、線形性を仮定すれば、任意の打点  $i$  に単位衝撃力が作用したときの応答点  $j$  の  $k$  次振動モード成分  $r_{ijk}$  が求まる<sup>(8)</sup>。

一方、ラケットの各打点に換算した換算質量  $M_r$  を導入し、衝突速度に依存するボール・ストリングス複合系の等価ばね  $K_{GB}$  と 1 自由度振動モデルを仮定すると、フレーム振動を無視したときの衝突の力積波形が式(1)のように数値計算により得られる。ただし、時間を  $t$ 、衝突力の最大値を  $F_{MAX}$ 、接触時間を  $T_c$  とする。

$$F(t) = F_{MAX} \sin(\pi t / T_c) \quad (0 \leq t \leq T_c) \quad (1)$$

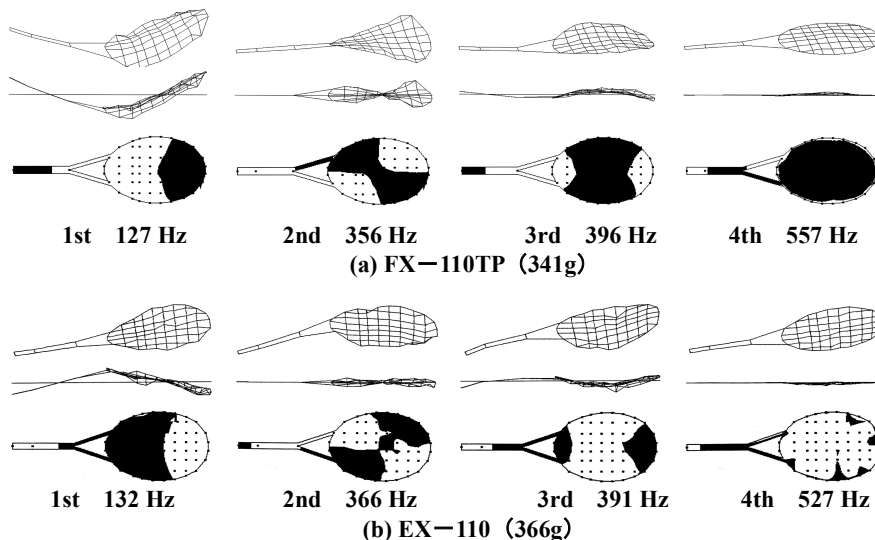


Fig.1 Vibration modes of rackets

式(1)のフーリエ・スペクトルを  $S(f)$  ( $f$ : 振動数 Hz) とすると、ラケット面上の点  $j$  における衝突によるラケット上の点  $i$  における  $k$  次モードの応答振幅成分 (固有振動数  $f_k$ )  $X_{ijk}$  は、以下のように近似できる。

$$X_{ijk} = r_{ijk} * S_j(f_k) \quad (2)$$

式(2)から得られるフレーム振動の速度振幅分布とフレーム質量分布から、フレーム振動によるエネルギー損失  $E_1$  が求まり、エネルギー損失に対応する反発係数  $e_{BG}$  を用いてボールとストリングスのエネルギー損失  $E_2$  が衝突速度の関数として求まる。  $E_1$  と  $E_2$  との和からボールとラケットの反発係数分布  $e_r$  が求まる。ラケット・フレームの剛性が高いほど反発係数は大きい。反発係数  $e_r$  を用いると衝突諸量が求まる。

# 3. ラケットの物理特性

熱可塑性ラケット FX-110TP と従来重量バランス型ラケット EX-110 の仕様および物理特性を表 1 に示す。打球面積は公称 110in<sup>2</sup> (ラージサイズ) である。質量はストリングスの質量を含み、 $I_{GY}$  は重心 (バランス点) まわりの慣性モーメント、 $I_{GX}$  は長手方向軸周りの慣性モーメントである。

ラケットの実験振動モード解析結果を図 1 に示す。ラケットの基本モード (2 節曲げ) 振動数は、熱可塑性ラケット FX-110TP が 127 Hz、従来重量バランス型ラケット EX-110 が 132 Hz であり、両ラケットとも振動数の低い方からフレームの 2 節曲げ、2 節ねじり、3 節曲げ、ストリングスの膜の振動モードである。

Table 1 Physical properties

Racket	FX-110TP	EX-110
Total length	685 mm	685 mm
Face area	705 cm <sup>2</sup>	705 cm <sup>2</sup>
Mass	341 g	366 g
Center of gravity from grip end	314 mm	325 mm
Moment of inertia $I_{GY}$ about Y axis	36.3 gm <sup>2</sup>	40.7 gm <sup>2</sup>
Moment of inertia $I_{GX}$ about X axis	1.40 gm <sup>2</sup>	1.68 gm <sup>2</sup>
1st frequency	127 Hz	132 Hz
Strings tension	55 lb	45 lb

図 2 は、打撃力と加速度応答実測データから求めたラケット単体の伝達関数（コンプライアンス）を示す。

図 3 は、打点に換算した両ラケットの換算質量  $M_r$  を示す。

全体的に熱可塑性ラケット FX-110TP の値はやや小さめである。

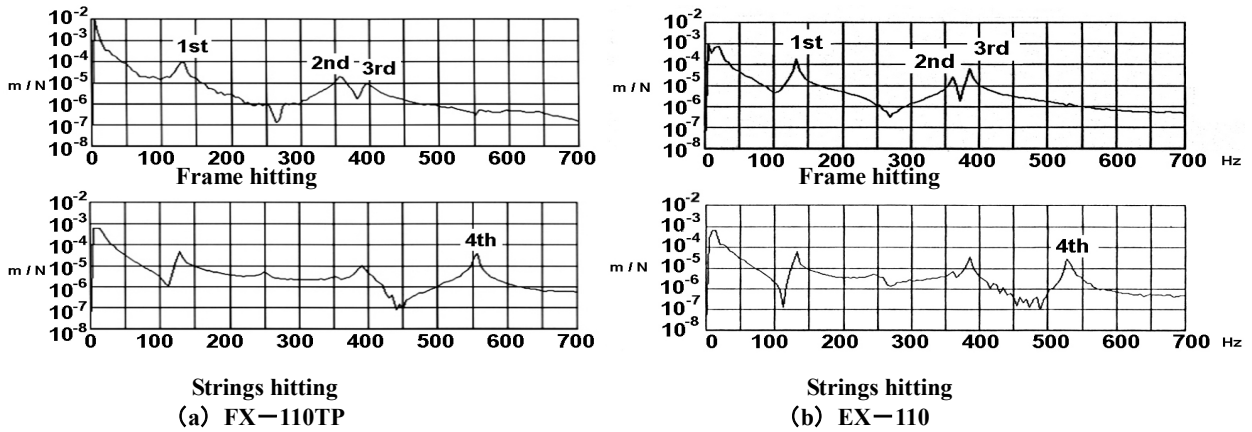
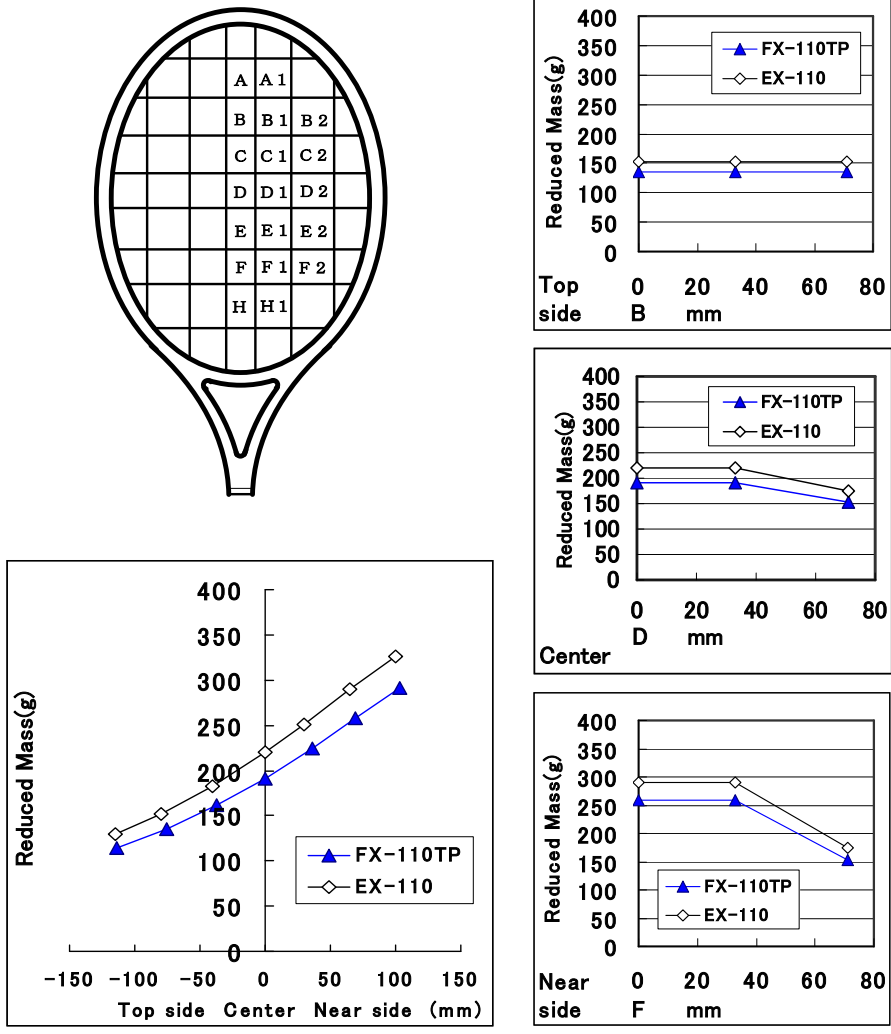


Fig. 2 Frequency response function of racket



(a) on the longitudinal axis (b) off the longitudinal axis

Fig.3 Reduced masses of Racket at the impact locations

#### 4. 反発係数

図4は、両ラケットの反発係数  $e_r$  の予測結果であり、手首と肘の関節角度を一定に保って肩関節だけに一定の回転トルク  $M_s$  を与え、腕・ラケット系が肩関節まわりに  $\pi/2$  回転したところでボールとラケットが衝突するモデルを使っている。肩関節トルクとインパクト直前のボール速度は競技者レベルのグランド・ストロークを想定した。フレーム振動によるエネルギー損失は2節曲げ、2節ねじり、3節曲げ振動、およびストリングスの振動による成分の4つのモードを考慮している。肩関節回転トルクは  $M_s=56.9$  Nm、インパクト直前のボール速度は  $V_{B0}=10$  m/s である。

ラケットの長手（縦）方向中心線から横に外れた先端側および根元側の打点で FX-110TP の反発係数が大きく低下している。これは、フレーム振動によるエネルギーロスが大きいからである。FX-110TP のホールド感は、反発係数が低いことによると解釈できる<sup>(11)</sup>。

#### 5. ラケットの反発性の予測

静止ラケット ( $V_{RO}=0$ ) にボールを衝突させたときのボールの跳ね返り速度  $V_B$  と入射速度  $V_{BO}$  の比

$$e = -V_B/V_{BO} \quad (3)$$

を実測し、反発性能を評価することが多い。この係数  $e$  を本論文では反発力係数と呼ぶ。

反発力係数  $e$  は、ラケットでボールを打撃する場合は、インパクト直前のラケット・ヘッドの速度を  $V_{RO}$ 、衝突直前と直後のボール速度を  $V_{BO}$ 、 $V_B$  とすると、

$$e = - (V_B - V_{RO}) / (V_{BO} - V_{RO}) \quad (4)$$

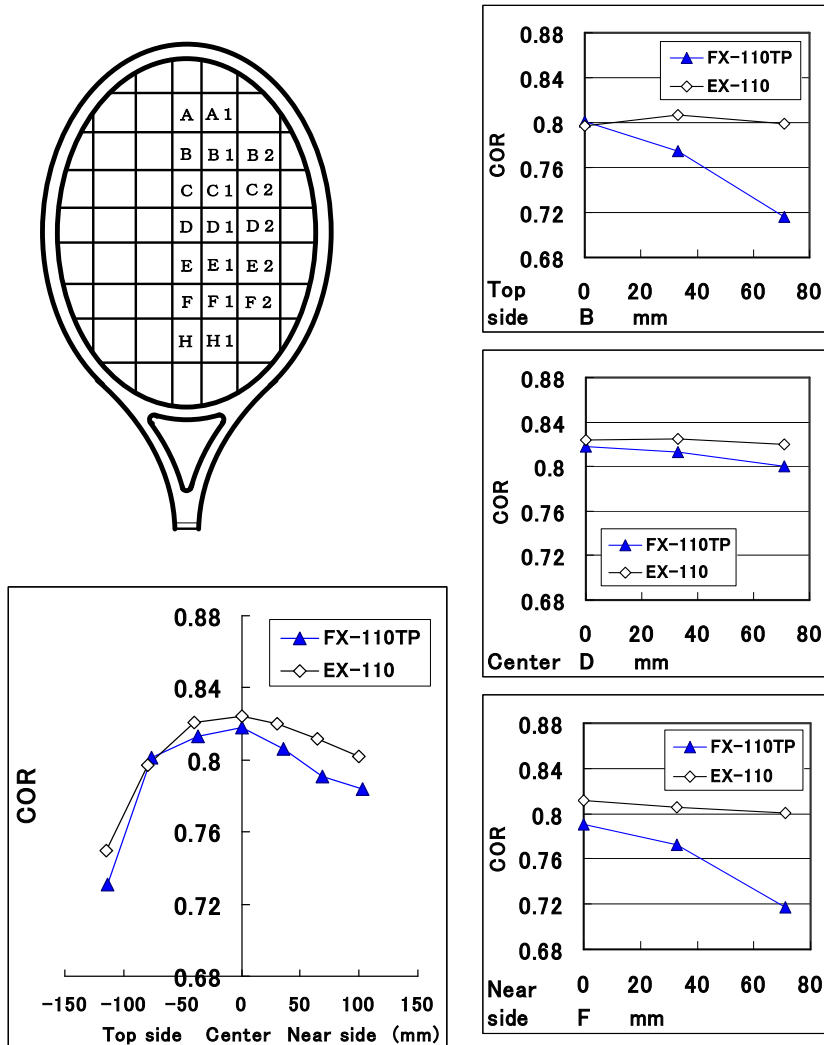
と表せる。ボール質量を  $m_B$  とすると、

$$e = (e_r - m_B/Mr) / (1 + m_B/Mr) \quad (5)$$

ラケットのパワーは打球速度  $V_B$  で評価できる。

図5は、ラケット面中心から長手方向に外れた場合、および長手方向から横に外れたオフセンターでの反発力係数  $e$ 、およびラケット面上の反発力係数  $e$  の高い領域を示す。全体に熱可塑性ラケット FX-110TP は従来型ラケット EX-110 に比べて反発力係数が低い。

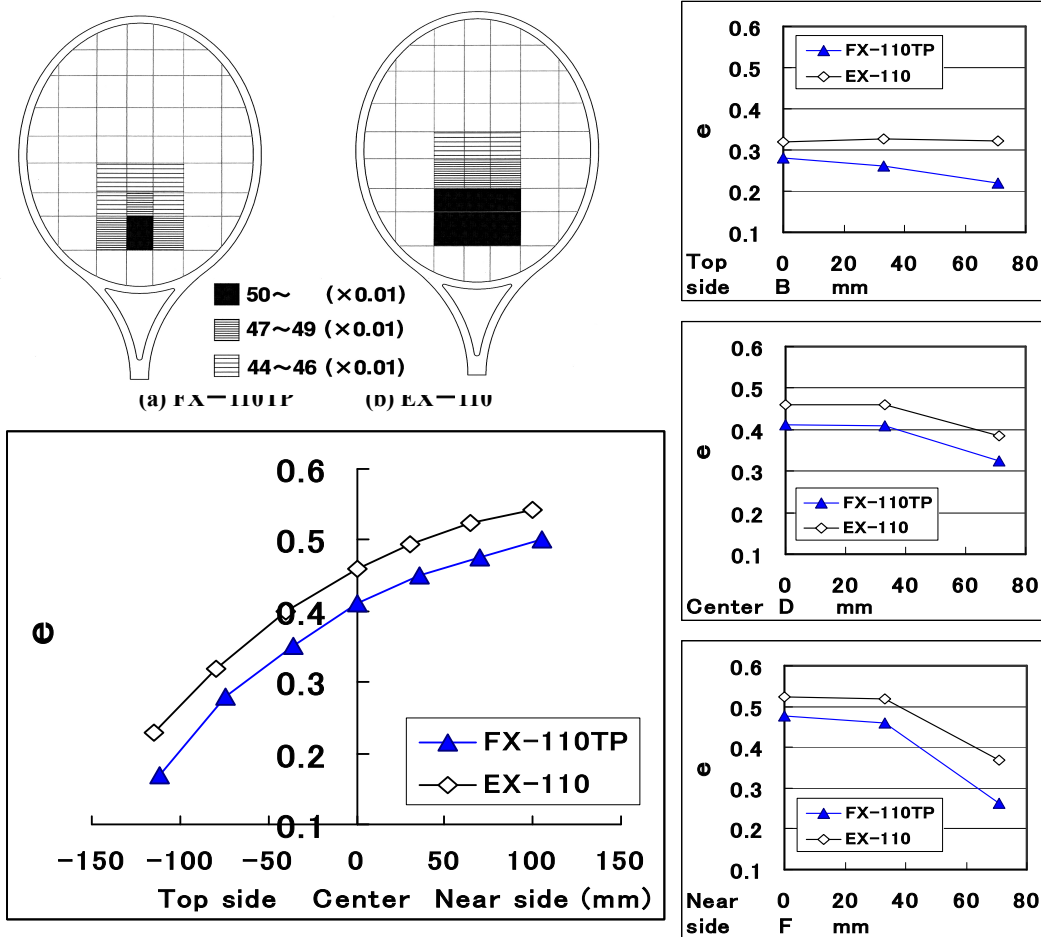
反発力係数  $e$  の高い領域も従来重量バランス型ラケット EX-110 に比べてやや狭い。



(a) on the longitudinal axis

(b) off the longitudinal axis

Fig.4 Predicted Restitution coefficient  $e_r$  ( $N_s = 56.9$  Nm,  $V_{B0} = 10$  m/s)



(a) on the longitudinal axis (b) off the longitudinal axis  
 Fig.5 Predicted rebound power coefficient  $e$  ( $N_s=56.9\text{Nm}$ ,  $V_{B0}=10\text{m/s}$ )

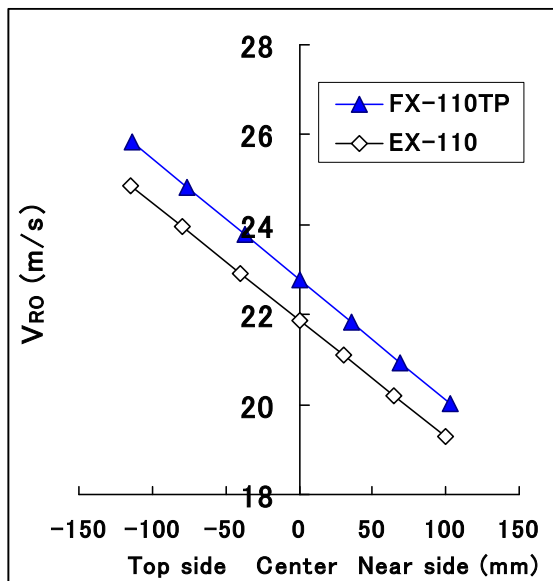


Fig.6 Predicted Pre-impact racket head velocity  $V_{R0}$   
 ( $N_s = 56.9\text{Nm}$ ,  $V_{B0} = 10\text{m/s}$ )

## 6. ボールの飛び (打球速度) の予測

反発力係数  $e$  を用いると、打球速度  $V_B$  は以下のように書ける<sup>(6)(7)</sup>.

$$\begin{aligned}
 V_B &= -V_{B0} e + V_{R0} (1+e) \\
 &= (V_{B0} + V_{R0}) e + V_{R0}
 \end{aligned}
 \tag{6}$$

ラケットのパワーは打球速度  $V_B$  で評価できる。

図6は、インパクト直前のラケット打点速度  $V_{R0}$  を示す。ラケット速度は熱可塑性ラケット FX-110TP の方が速いことを示している。

図7は、ラケット面中心から長手方向に外れた場合、および長手方向から横に外れたオフセンターでのボールの飛び  $h_b$ 、およびラケット面上の打球速度  $h_b$  の高い領域を示す。

ラケット面中心から長手方向に外れた場合は、あまり大きな差はなく、熱可塑性ラケット FX-110TP は EX-110 に較べて打球がわずかに遅い。しかし、長手方向軸から横に外れたオフセンターの先端側では FX-110TP の打球速度はかなり低下する。打球速度  $h_b$  の高い領域も EX-110 に較べてやや狭い。

## 7. 結論

熱可塑性複合材ラケットと従来型重量バランスの複合材ラケットについて、実験的同定に基づく衝突解析によりボールとラケットの反発係数、ラケットの反発性、ラケットの操作性、ボールの飛び（ラケットのパワー）の違いを予測し、熱可塑性樹脂サーモプラスチックを用いたラケットのパワーに関する性能の客観的な評価を試みた。

振動減衰性が高くソフトな打球感が得られるという熱可塑性ラケットは、従来型ラケットに比べて、ラケットの反

発性はやや低く、長手方向中心線から横に外れた衝突位置でかなり低下する。グランドストロークを想定した打球速度は大きくは低下しないが、長手方向中心線から横に外れた打点ではかなり低下する。

おわりに、図表作成にご助力いただいた埼玉工大・平成 12 年度 4 年生大野浩行君に深謝する。なお、本研究の一部は埼玉工業大学ハイテクリサーチセンターの援助によって行われたことを付記する。

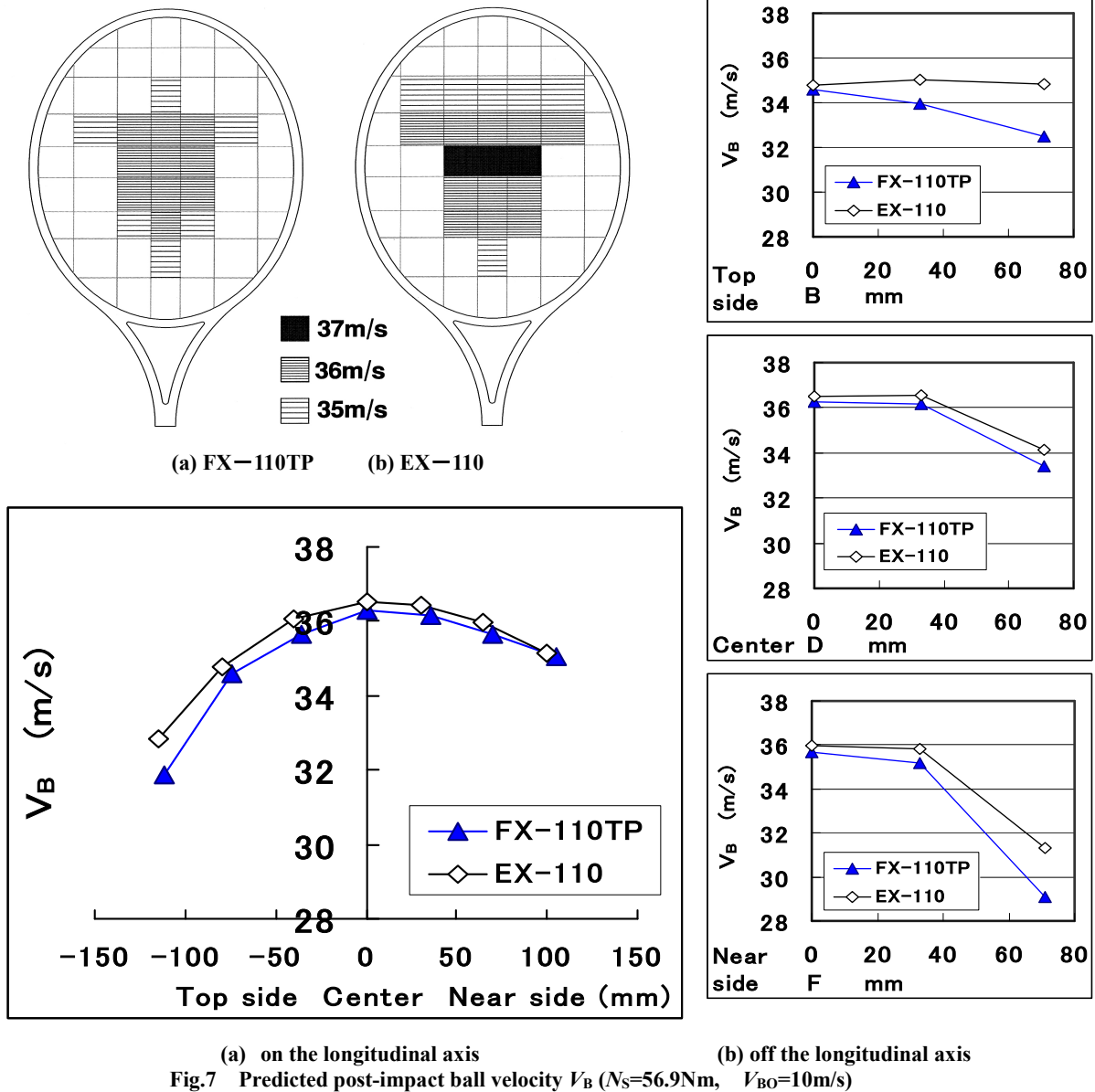


Fig.7 Predicted post-impact ball velocity  $V_B$  ( $N_S=56.9Nm$ ,  $V_{B0}=10m/s$ )

## 文献

- (1) Muroi, K. & Shimizu, Y., Proc. 5th Japan International SAMPE Symposium, (1997), pp.1317-1322.
- (2) 川副, 機論, C, 56-526(1990), 1511-1517.
- (3) 川副, 機論, C, 58-552(1992), 2467-2474.
- (4) 川副, 機論, C, 59-558(1993), 521-528.
- (5) 川副, 機論, C, 59-562(1993), 1678-1685.
- (6) 川副, 機論, C, 61-584(1995), 1300-1307.
- (7) 川副, 機械学会 D&D'97 糸'-ツ工学シホ'ジウム講論集,

- No.97-10-2(1997), 66-73.
- (8) 川副・友末, 機論, C, 64-623(1998), 2382-2388.
- (9) 川副, 機械学会ジ'ョイントシホ'ジウム講論集, No.98-31 (1998), 44- 48.
- (10) 川副・友末・吉成・Casolo, 機械学会ジ'ョイントシホ'ジウム講論集, No.97 - 34(1997), 28-32.
- (11) 川副, 75 期通常総会講論集, No.98-1(1998), 539-540.
- (12) 川副・荻原, 75 期通常総会講論集, No.98-1(1998), 543-544.