

卓球における衝突解析モデルとラケット反発性能の予測

Prediction of Racket Restitution Performance Based on the Table Tennis Impact Analysis

川副 嘉彦(埼玉工大)

鈴木大介(日立小平セミコン)

Yoshihiko KAWAZOE, Saitama Institute of Technology
 Daisuke SUZUKI, Hitachi Kodaira Semi-con
 FAX: 048(585)6717 E-mail: ykawa@sit.ac.jp

This work investigated the physical properties of the racket and the ball, and predicts the impact force, the contact time, the deformation of ball and rubber, and the rebound power coefficient associated with the impact when the impact velocity and the impact location on the racket face are given. It clarifies the origin of ball speed. It is based on the experimental identification of the dynamic characteristics of the ball-racket system and an approximate nonlinear impact analysis, where the contact time is determined by the natural period of the whole system composed of the mass of the ball, the nonlinear stiffness of the ball and rubber, and the reduced mass of the racket at the impact location on the rubber face. Also considered is the energy loss during the impact. The diameter and the mass of the ball are 38 mm and 2.5 g respectively and the mass of the racket is 171 g including 79.5 g for two sheets of rubbers. This work enables us to predict quantitatively the factors associated with impact between a racket and a ball. The results show that the rebound power coefficient peaks at 18 mm from the center of the racket face and is not influenced by the mass of a player's arm. The rebound power coefficient decreases remarkably with increasing impact velocity.

1. 緒言

現状では、スポーツ用具の性能評価には、経験の深いテスターやプレイヤーの感覚が優先する。一般プレイヤーにとっては、用具を使ってみて、はじめて性能がわかるというのが現実である。しかも、用具の性能はプレイの状況により異なるので、カタログの仕様などに記載されているラケット性能とユーザーによる経験的性能評価とが必ずしも一致しないという声もよく聞かれる。

本論文では、卓球ラケットの性能設計や客観的な性能評価に寄与するために、ボール(直径 38 mm, 質量 2.5 g)およびラケット(フェース面積 185 cm², 質量 171 g, ラバー2枚貼含む, スポンジ厚さ 1.9 mm)特性の実験的同定に基づく衝突解析によりボールとラケットの反発係数, 接触時間, 変形量, ラケットの反発性能などを予測し, 卓球ラケットとボールの反発性能のメカニズムを明らかにする。

2. ボールと卓球ラケットの衝突モデル

ボール・ラバー複合系の非線形復原力特性は荷重実験から求め、エネルギー損失は固定ラバーにボールを衝突させたときの反発係数 e_{RB} から求める。

図1は、ボールに荷重を加えたときの変位およびラバー上のボールに荷重を加えたときのボールとラバーの変位の和を測定した結果を示す。ただし、荷重: F [kg], 変位: X [mm] である。図1からラバーの復原力特性 $X_R - F$ を図式的に求め、次に、中心に質量 m を集中させたボールがラバーに衝突するとし、ラバーに接触する片側だけが変形すると仮定してボールの復原力特性 $X_B - F$ を求め、さらに、 X_R と X_B の和を図式的に求めると、ボール・ラバー複合系の復原力特性 $X_{RB} - F$ が求まる。最小自乗法により4次の近似多項式 $X_B = f(F)$, $X_R = f(F)$, $X_{RB} = f(F)$ を求め、さらに、最小自乗法により近似多項式 $F_{RB} = f(X)$ を求める。

また、ボール・ラバー系の復原力 F_{RB} を変位 X で微分し、バネ剛性 $K_{RB} = f(X)$ を求め、 $F_{RB} = f(X)$ と $K_{RB} = f(X)$ から、 $F_{RB} = f(K_{RB})$ を求める。

図2 は、固定した壁に貼り付けたラバーにボールを衝突させた場合の反発係数 e_{RB} (ボールの跳ね返り速度 V / 入射速度 V_0) の測定結果である。衝突速度の関数として最小自乗法によりほぼ直線近似できる。衝突速度が増大すると、エネルギー損失の割合が増大し、ボールとラバーの反発係数が低下することを示している。図3 は、ラケットの打点に換算した換算質量であ

る。グリップ端からの重心位置 147mm, グリップ周りの慣性モーメント 2.51 gm², 縦軸周りの慣性モーメント 0.26 gm²である。横軸はラケットの長手(縦)方向中心線上の打点を示す。腕系は打点換算質量に直接影響し、換算質量は著しく増大する。

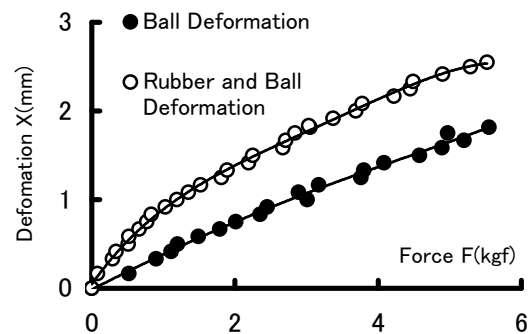


Fig.1 Results of force-deformation tests of a ball and a composed rubber & ball system (38 mm ball, 1 kgf = 9.8 N)

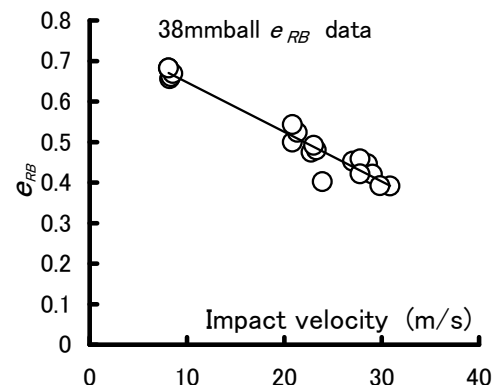


Fig.2 Measured coefficient of restitution between a ball and the clamped rubber (38 mm ball).

3. 衝突諸量の算出

衝突時のボールとラバーの接触時間をボール・ラバー・フレーム(板)複合系の固有周期の 1/2 と仮定し、接触している間の平均衝突力 F_{MEAN} に対応するバネ剛性を K_{RB} とすると、接触時間は K_{RB} の関数として表せる。衝突直前、衝突直後の

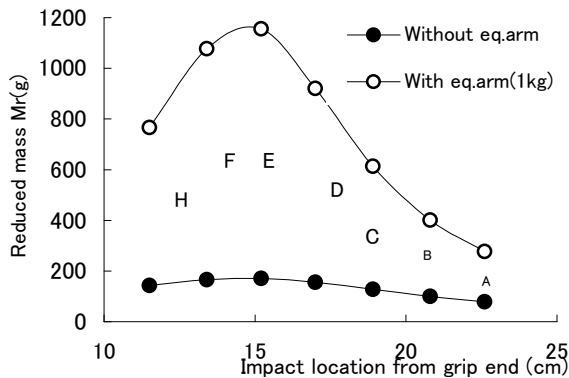


Fig.3 Reduced mass at the locations along the longitudinal center line on the racket face.

ボール速度およびラケット速度をそれぞれ、 V_{B0} , V_B , V_{R0} , V_R とし、衝突における力積、運動量保存則、反発の式を用い、ラケット板の振動によるエネルギー損失を無視すると、ボール・ラバー・ラケット板複合系の復原力と等価バネ剛性の関係は次のようになる。

$$F_{MEAN} = \frac{(V_{B0} - V_{R0})(1 + e_{RB})\sqrt{mM_r}}{\pi\sqrt{m + M_r}} \sqrt{K_{RB}} \quad (1)$$

衝突の関係式から導いた式(1)と荷重実験より求めた復原力とバネ剛性の関係式 $F_{RB} = f(K_{RB})$ を連立させると、衝突速度 ($V_{B0} - V_{R0}$) を与えときの平均衝突力 F_{MEAN} と複合バネ剛性 K_{RB} が求まり、対応するボールとラバーの変形量、接触時間 T_C なども決まる。

実験モード解析に基づいて、ラケット面上の任意の位置に単位衝突力が作用した場合の任意の点のラケット変位を周波数領域で求めておく。ボールとラバー間に作用する衝突力波形を実フーリエ変換して周波数領域において与えてやれば、任意の打点と衝突速度に対するラケットの振動変位振幅を計算することができる。さらにラケット応答の減衰振動波形も予測できる。インパクト直後のラケットの最大振動振幅を求め、ラケット振動によるエネルギー損失を計算すると反発係数が求まる。

予測した反発係数を用いて静止ラケットにボールが衝突するときの衝突直前と衝突直後のボール速度の比、すなわち反発性能を表す反発力係数 e も算出できる。

図4は、換算質量を増しても反発力係数への影響は非常に小さく、腕系の等価質量の影響は小さいことを示す。

図5は接触時間の計算値と実測値である。

4. ラケットの反発性能の予測

図6は、ラケット先端部A打点での衝突における反発力係数の予測例であり、ラケット板の振動によるエネルギー損失の影響が小さいことを示す。ただし、ラケット面上の打点とラケット・ハンドルに伝わる振動との関係は打球感に重要な役割をもつ。図7は、ラケットの長手軸(縦方向)上の打点における反発力係数の予測値を示す。横軸はグリップ端からの距離である。

5. 結論

卓球におけるラケットとボールの設計や工学的な性能評価に寄与するために、ラケットとボールの衝突モデルとラケット反発性能の予測法、および予測結果を示した。(1) ラケットとボールとの接触時間は実測値とほぼ一致した。(2) 卓球ラケットの打撃位置に換算した質量におよぼす腕系の影響は極めて

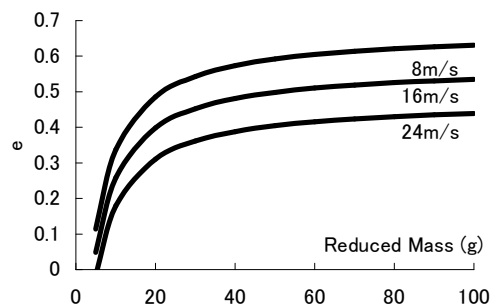


Fig.4 Effect of reduced mass on the rebound power coefficient

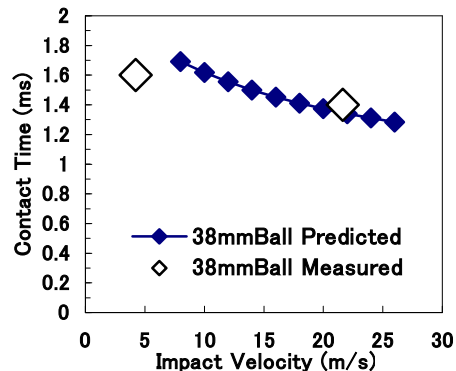


Fig.5 Calculated contact time vs. impact velocity.

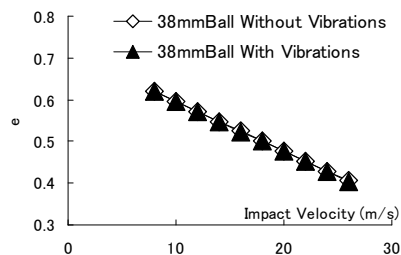


Fig.6 Predicted rebound power coefficient e of a racket when a ball strikes at the location of A (top side).

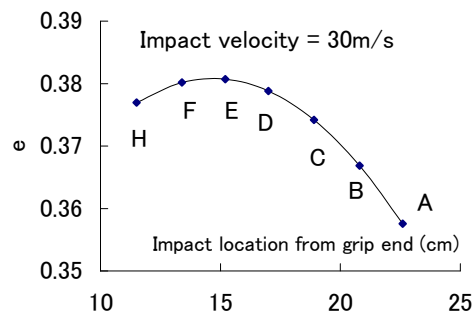


Fig.7 Predicted rebound power coefficient e when a ball strikes a suspended racket at the locations of longitudinal centerline on the racket face.

大きい、ボールの質量が非常に小さいために、反発性能におよぼす腕系の影響は小さい。(3) 反発係数にはラバーの衝突エネルギー損失の影響が大きく、ラケット板の振動の影響は少ないことなどが明らかになった。

打球感とグリップ振動の役割および新規則40mmボールの結果については別報に述べる。

衝突実験にご協力いただいたタマス(株)研究開発チーム諸氏および圧縮実験にご指導いただいた埼玉工大・益田教授に厚くお礼申しあげる。(文献省略)