

卓球における 40 mm ボールの反発性能 (実験的同定に基づく衝突解析による 38 mm ボールとの比較)

Comparison of the 40 mm Ball with the 38 mm Ball Impacted to the Table Tennis Racket Based on the Predicted Impact Phenomena

○正 川副 嘉彦 (埼玉工大)

鈴木大介 (日立小平セミコン)

Yoshihiko KAWAZOE, Saitama Institute of Technology, Fusaiji 1690, Okabe-machi, Saitama
Daisuke SUZUKI, Hitachi Kodaira Semi-con

This study compares the new larger 40 mm ball with the 38 mm ball in terms of the impact force, the contact time, the deformation of the ball and rubber, the coefficient of restitution and the rebound power coefficient associated with the impact between the table tennis racket and the ball when the impact velocity and the impact locations on the racket face are given. It is based on the predicted results using the experimentally identified dynamic characteristics of the ball-racket system and the approximate nonlinear impact analysis.

Key words: Sports Engineering, Table Tennis, 40 mm Ball, Racket Performance, Rebound Power, Impact Force, Contact Time.

1. 緒言

現状では、スポーツ用具の性能評価には、経験の深いテスターやプレーヤーの感覚が優先する。一般プレーヤーにとっては、用具を使ってみて、はじめて性能がわかるというのが現実である。しかも、用具の性能はプレイの状況により異なるので、カタログの仕様などに記載されているラケット性能とユーザーによる経験的性能評価とが必ずしも一致しないという声もよく聞かれる。一方、国際卓球連盟 (ITTF, The International Table Tennis Federation) や国際テニス連盟 (ITF, The International Tennis Federation) は最近スポーツ科学の発展に力を入れ始めている。世界の諸事情を調査し、プレーヤーにとっても観客にとっても魅力と楽しみを増そうという意図から科学技術に関する本格的な研究がなされている。そのひとつが、ラージ・ボールの導入である。卓球の場合は、すでに国際卓球連盟 (ITTF) は2000年10月以降の大会から従来の直径38mmボール (質量 2.5 g) に代えて40mmボール (質量 2.7 g) の使用を決定し、現在使用されている。40mmボールの特性については流体抵抗や打撃特性などの測定がすでに行われているが、スピードとスピニングが著しく変化する卓球ボールの挙動は複雑であり、特にボールとラケットの衝突挙動のメカニズムは定性的にも定量的にもほとんど不明である。

我々は、卓球ラケットの性能設計や客観的な性能評価に寄与するために、38 mm ボールとラケットの実験的同定に基づいて、衝突解析によりボールとラケットの反発係数、接触時間、変形量、ラケットの反発性などを予測し、卓球ラケットとボールの反発性能のメカニズムを初めて明らかにした⁽¹⁾⁽⁷⁾。すなわち、ラケットとボールとの接触時間予測値は実測値にほぼ近い値を示し、(1) 卓球ラケットの打撃位置に換算した質量におよぼす腕系の影響は極めて大きい、ボールの質量が非常に小さいために、ラケットの反発性能におよぼす腕系の影響は小さい、(2) ラケット板の振動の反発性能への影響は少ない、(3) 衝突速度が増大すると、主にラバーの衝撃振動によるエネルギー損失により反発係数あるいは反発特性が大きく低減する。

本論文では、国際卓球連盟が最近規則化した直径40 mm ボール (2.7g) の反発性能をラケット・ラバー・ボールの実験的同定に基づく衝突解析⁽⁸⁾⁻⁽¹¹⁾により明らかにし、従来の直径38 mm ボール (2.5g) の結果と比較する。

2. ボールと卓球ラケットの衝突モデル

ボールとラケットの衝突におけるラケットの反発性能を

予測するための物理モデルを図1に示す。ボール・ラバー複合系の非線形復原力特性は荷重実験から求め、エネルギー損失は固定ラバーにボールを衝突させたときの反発係数 e_{RB} から求める。図1において、 m はボール質量、 M_r は打点に換算したラケットの換算質量である。ラケットの振動特性は実験モード解析により同定する⁽¹⁾⁻⁽⁷⁾。

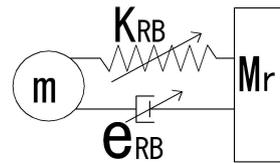


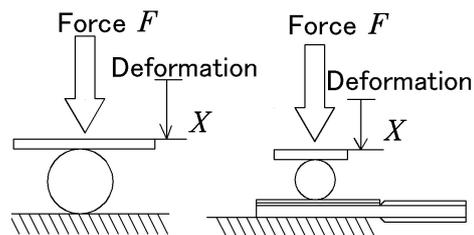
Fig.1 Impact model for table tennis

3. ボールとラバーの非線形復原力特性

表1は、ラケット板単体 (タマス製, BISIDE) の場合と

Table 1 Physical properties of table tennis racket.

Racket	BISIDE with rubber	BISIDE without rubber
Face area	185 cm ²	185 cm ²
Mass	171g	91.5g
Center of gravity from grip end	147 mm	130 mm
Moment of inertia I _{GY} about Y axis	2.51gm ²	1.10 gm ²
Moment of inertia I _{GX} about X axis	0.26 gm ²	0.16 gm ²
1st frequency	253 Hz	351 Hz



(a) Ball (b) Composed rubber & ball system
Fig.2 Illustrated applied force - Deformation test

ラバー（タマス製，SRIVER, スポンジ厚 1.9 mm）2 枚を貼った場合（シェークハンド）の物理特性を示す．図 2(a) のようにボールに荷重を加えたときのボールの変位（変形量）の測定結果を図 3 に，図 2(b) の場合のボールとラバーの変位の和を図 4 に，40mm ボールと 38mm ボールの場合を比較して示す．図 5 は，中心に質量を集中させたボールがラバーに衝突し，ラバーに接触する片側だけ変形すると仮定して求めたボールの復原力特性 X_B-F を示す．

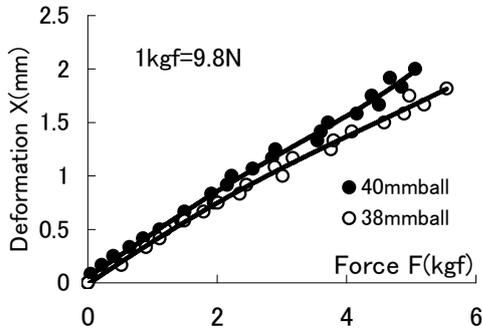


Fig.3 Results of the compression test of balls. (1 kgf= 9.8 N).

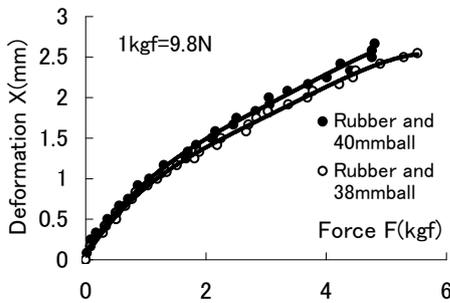


Fig.4 Results of compression test of composed rubbers & ball systems. (1 kgf= 9.8 N).

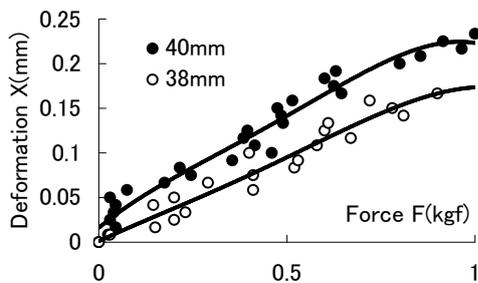


Fig.5 Deformations X_B of ball s against the applied force assuming that balls deform only at the side in contact with the rubbers. (1 kgf= 9.8 N).

図 6 は，ボールとラバーの変形量の和（図 4）からボールの変形量（図 5）を差し引いて図式的に求めたラバーの復原力特性 X_R-F である．実線は最小自乗法による多項式近似式であり， $X_B=f(F)$ ， $X_R=f(F)$ のように表す．ただし，荷重：F [kg]，変位：X [mm]，1 kgf= 9.8 N である．さらに， X_B （図 5）と X_R （図 6）の和を図式的に求め，最小自乗法により多項式近似した式 $X_{RB}=f(F)$ を用いて，X 軸に変形量を取り，Y 軸に荷重をとって最小自乗法により多項式近似すると，復原力特性 $F_{RB}=f(X)$ は図 7 のようになる．また，ボール・ラバー系の復原力 F_{RB} の変位 X に関する微分，すなわち，ボール・ラバー複合系のバネ剛性 $K_{RB}=f(X)$ は図 8 のようになる．ただし，バネ剛性： K_{RB} [kgf/mm]，変位：X [mm]，1 kgf= 9.8 [N] である． $F_{RB}=f(X)$ （図 7）と

$K_{RB}=f(X)$ （図 8）から，ボール・ラバー複合系の復原力 F_{RB} とバネ剛性 K_{RB} の関係 $F_{RB}=f(K_{RB})$ が図 9 のように求まる．この式と後述の衝突に関する式を連立させると，衝突速度を与えときの衝突力複合バネ剛性 K_{RB} を求めることができる．さらに，これらの値が定まれば，対応するボールとラバーの変形量，接触時間なども決まる．

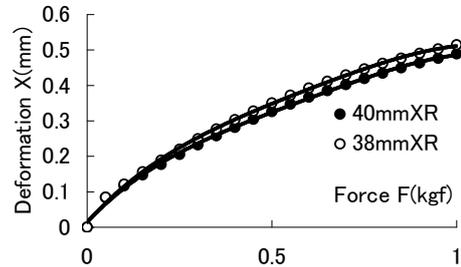


Fig.6 Deformations X_R of rubbers with a 40 mm ball and a 38 mm ball against the applied force.

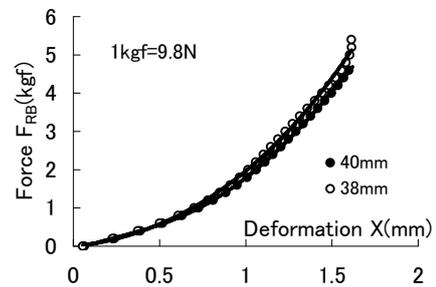


Fig.7 Restoring forces vs. deformations of the composed rubber/ball systems with a 40 mm ball and a 38 mm ball.

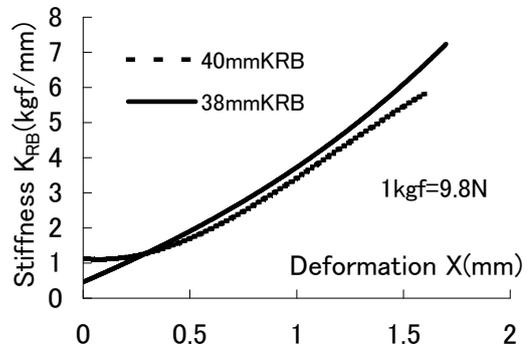


Fig.8 Comparison of stiffness vs. deformations of the composed ball/rubber systems with a 40 mm ball and a 38 mm ball.

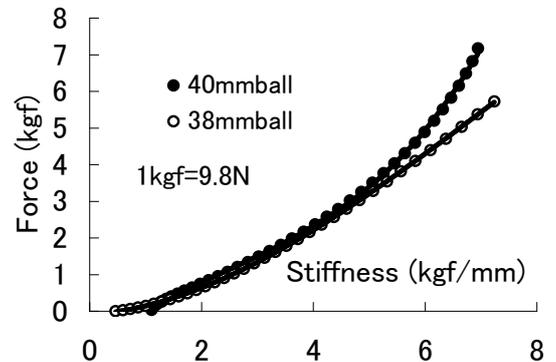


Fig.9 Comparison of restoring force vs. stiffness of the composed ball/rubber systems with a 40 mm ball and a 38 mm ball .

4. ボールとラバーの衝突におけるエネルギー損失

図10のように、固定した壁に卓球ラケット用ラバーを貼り付け、ボールをラバーに衝突させたときの反発係数 e_{RB} (ボールの跳ね返り速度 V / 入射速度 V_0) の測定結果が図11である。衝突速度 V_{B0} [ms⁻¹] の関数として最小自乗法により直線近似すると、38mm ボールの場合と 40mm ボールの場合、それぞれ式(2)、式(3)ようになる。図12に示すように、高速ビデオ画像において時間2msの間の移動量から速度を算出した。衝突速度が増大すると、ボールとラバーのエネルギー損失の割合が増大する。衝突速度が低い領域では 40mm ボールの衝突の方が損失は小さいが、衝突速度の高い領域では損失が大きくなる傾向が見える。

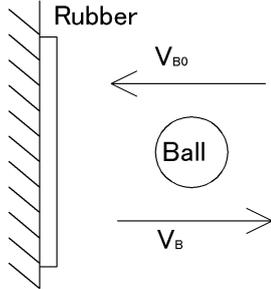


Fig.10 Experiment of collision between a ball and clamped rubbers for estimation of energy loss of the ball and the rubbers.

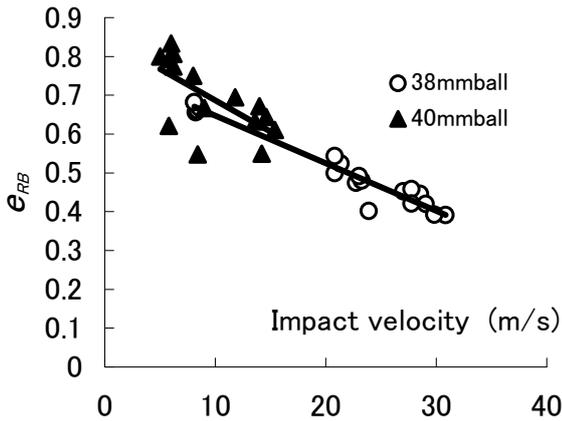


Fig.11 Measured coefficient of restitution of the 40 mm ball impacted to the clamped rubbers compared to the 38 mm ball.

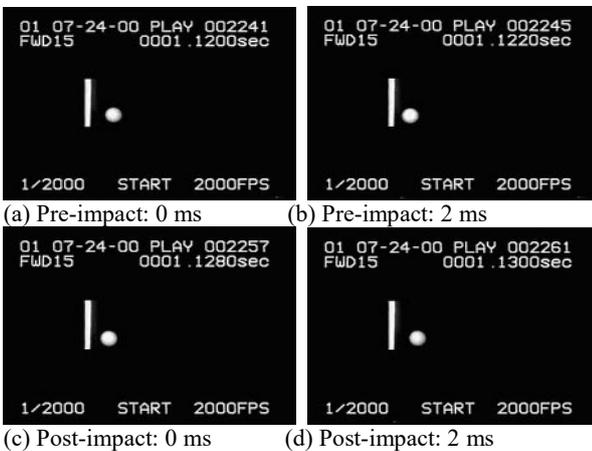


Fig.12 Computation of the velocities from recorded high-speed videos for the measurement of coefficient of restitution between ball and clamped rubber.

$$e_{RB38} = -0.0123V_{B0} + 0.77 \quad (1)$$

$$e_{RB40} = -0.0161V_{B0} + 0.8473 \quad (2)$$

5. インパクトにおけるラケットの振動と反発係数の予測

前報⁽¹⁾⁽⁷⁾に述べたように、宙づりラケットとボールが衝突する場合、ラケットの打撃点に換算した換算質量は

$$M_r = I_{G0X} / (I_{G0X} / M_R + b^2) \quad (3)$$

のように書ける。但し I_{G0X} : 重心まわりの慣性モーメント, M_R : ラケット総質量, b : 重心から打点までの距離である。重心まわりの慣性モーメント I_{G0X} については

$$I_{G0X} = I_A - M_R a^2 \quad (4)$$

のように求められる。但し I_A : ラケット剛体振り子実験の周期より求めた剛体振り子支点まわりの慣性モーメント, M_R : ラケット質量, a : 支点から重心までの距離である。

縦の中心線から外れた横方向の換算質量も同様に求めることができる。

腕系を考慮した場合の換算質量 M_r は、式(5)のようになる。

$$M_r = \frac{(M_R + M_H) I_{GH}}{I_{GH} + (M_R + M_H) b^2} \quad (5)$$

ただし、 M_R : ラケット質量, M_H : 腕系等価質量, I_{GH} : 腕系を考慮したときの重心まわりの慣性モーメント, b : ラケット・腕系の重心から打点までの距離である。腕系を考慮したときの重心まわり慣性モーメントは

$$I_{GH} = I_{G0X} + M_R A^2 + M_H (a - A)^2 \quad (6)$$

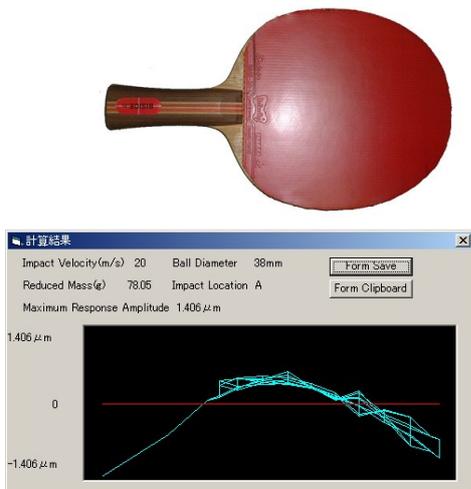
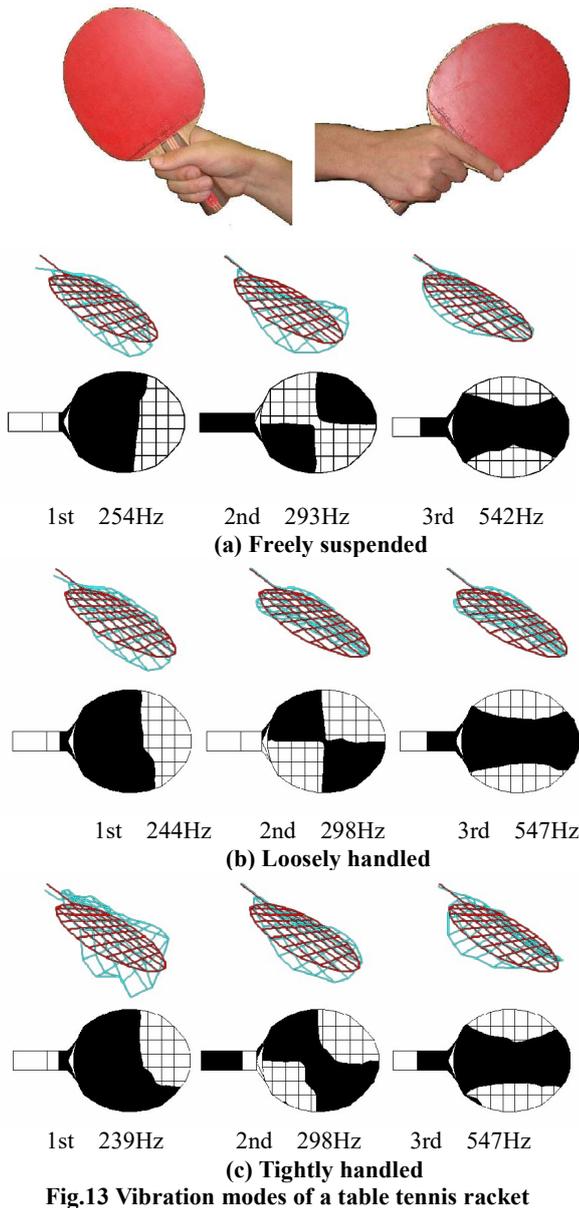
ただし、 a : 重心位置から握りの位置までの距離, A : 腕系等価質量を付加したときの重心の移動量である。

ボールと接触するラバーの変形は、ボールが離れるときにもとに戻るから、衝突時のボールとラバーの接触時間をボール・ラバー・フレーム(板)複合系の固有周期の1/2と仮定し、衝突力を式(7)のようにおき、平均の衝突力 $F_{mean} = 2F_{max} \pi$ に対応するバネ剛性を K_{RB} 、衝突直前、衝突直後のボール速度およびラケット速度をそれぞれ、 V_{B0} , V_B , V_{R0} , V_R とし、力積と運動量保存則の式、ラケット板の振動を無視した反発の式を用いると、ボール・ラバー・ラケット板複合系の復原力と等価バネ剛性の関係は式(8)のようになる。

$$F(t) = F_{max} \sin(\pi t / T_c), (0 \leq t \leq T_c) \quad (7)$$

$$F_{MEAN} = \frac{(V_{B0} - V_{R0})(1 + e_{RB}) \sqrt{m M_r}}{\pi \sqrt{m + M_r}} \sqrt{K_{RB}} \quad (8)$$

衝突の関係式から導いた式(8)と荷重実験より求めた復原力とバネ剛性の関係式 $F_{RB} = f(K_{RB})$ を連立させると、衝突速度 ($V_{B0} - V_{R0}$) を与えときの平均衝突力 F_{MEAN} と複合バネ剛性 K_{RB} を計算することができる。さらに、これらの値が定まれば、対応するボールとラバーの変形量、接触時間 T_c なども決まる。



実験モード解析に基づいて、ラケット面上の任意の単位衝突力が作用した場合の任意の点における変位を周波数領域で求めておく。インパクトにおけるボールとラバー間に作用する衝撃力波形を実フーリエ変換して周波数領域における衝撃力を与えると、打点と衝突速度に対するラケット面上の任意の点の応答変位振幅を計算することができる。図13は振動モード解析結果である。腕系の影響により、1次振動モードの振動数がやや低下している。図14は応答初期変位振幅の予測例であり、横から見た図である。腕系も考慮して打球感に関連する腕・ラケット系の衝撃振動減衰波形も予測できるが、打球感については別報に述べる

反発性能はインパクトの瞬間の挙動で決まるから、インパクト直後のラケットの最大振動振幅を求め、ラケット振動によるエネルギー損失 E_1 を計算し、ボールとラバーの衝突におけるエネルギー損失 E_2 との和 $E = E_1 + E_2$ から反発係数 e_r を求めることができる。ボールとラバーの衝突におけるエネルギー損失 E_2 は式(9)のように表せる。宙づり(静止)ラケットにボールを衝突させる場合は、反発係数 e_r は式(10)のように求まる。

$$E_2 = \frac{mM_r(1-e_{RB}^2)}{2(m+M_r)}V_{B0}^2 \quad (9)$$

$$e_r = \sqrt{1 - \frac{2E(m+M_r)}{mM_rV_{B0}^2}} \quad (10)$$

静止ラケットにボールを衝突させたときの衝突直前のボール速度に対する衝突直後のボール速度の割合が反発特性を表すのによく使われるが、これを反発係数 $e^{(3)-(7)}$ と定義して以下のように表せる。

$$e = -\frac{V_{B0}}{V_B} = \frac{m - e_r M_r}{m + M_r} \quad (11)$$

静止しているラケットにボールが衝突する場合、衝突直後のボール速度は

$$V_B = \frac{-V_{B0}(m - e_r M_r)}{m + M_r} \quad (12)$$

で求められる。

ボールとラケットの衝突力は次のようになる。

$$F_{MEAN} = \frac{(V_{B0} - V_{R0})(1 + e_r)\sqrt{mM_r}}{\pi\sqrt{m + M_r}}\sqrt{K_{RB}} \quad (13)$$

$$F_{max} = (\pi/2)F_{mean} \quad (14)$$

6. ボールとラケットの衝突諸量の算出結果

図15は、静止ラケットの面中心付近のD打点にボールが衝突するときの衝突力-衝突速度の計算値である。直径38mmボールに比べて、40mmボールの方が衝突力がやや大きい。

図16は接触時間-衝突速度の計算値である。直径38mmボールに比べて、40mmボールの方が $15\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ 以下では接触時間が短い $15\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ 以上ではやや長くなる。

図17はボール変形量-衝突速度の計算値である。直径40mmボールの方がボール変形量は大きい。

図18はラバー変形量-衝突速度の計算値である。直径

40 mm ボールの方が $15 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ 以下ではラバー変形量がやや大きいが $15 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ 以上ではやや小さくなる。

図 19 は、静止ラケットの面中心付近の D 打点でボールが衝突するときの入射速度に対する跳ね返り速度であり、図 20 は反発力係数の比較である。直径 38 mm ボールに比べて、40 mm ボールの方が $20 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ 以下では反発力係数が大きいが $20 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ 以上ではやや小さくなる。

直径 38 mm ボールの場合に比べて、直径 40 mm ボールの接触時間が衝突速度 $15 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ 以下では短く $15 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ 以上では長い理由は、ボール・ラバー複合系の変形量が 0.2 mm

に相当する速度 $20 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ 以下ではボール・ラバー複合系の剛性が高く、0.2 mm に相当する速度 $20 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ 以上では剛性が低いからである (図 8, 図 17, 図 18 参照)。

直径 38 mm ボールの場合に比べて、直径 40 mm ボールの反発力係数 (反発性能) が衝突速度 $20 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ 以下では高く、 $20 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ 以上では小さい理由は、ボールとラバーの衝突におけるエネルギー損失が衝突速度 $20 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ 以下では小さく (ボールとラバーの反発係数は高く)、 $20 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ 以上では大きい (ボールとラバーの反発係数は低い) からである (図 11 参照)。

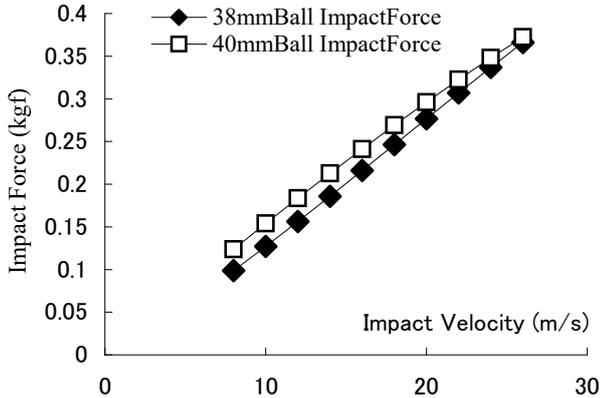


Fig.15 Predicted impact force vs. impact velocity when a ball strikes the center of racket face. The impact force with 40 mm ball is slightly larger than that with 38 mm ball ($1 \text{ kgf} = 9.8 \text{ N}$).

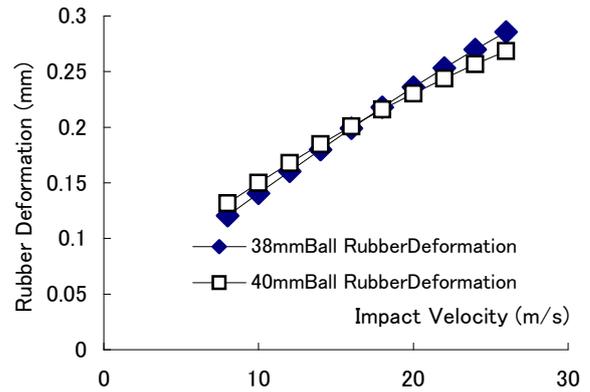


Fig.18 Predicted deformation of the rubber vs. impact velocity when a ball strikes the center of racket face.

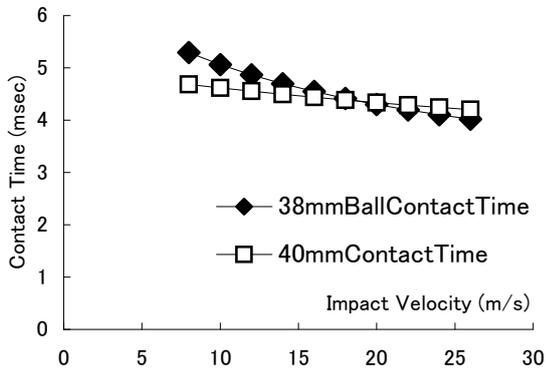


Fig.16 Predicted contact time vs. impact velocity when a ball strikes the center of racket face. The contact time with 40 mm ball is shorter below $15 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ and longer above $15 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ of impact velocity than that with 38 mm ball.

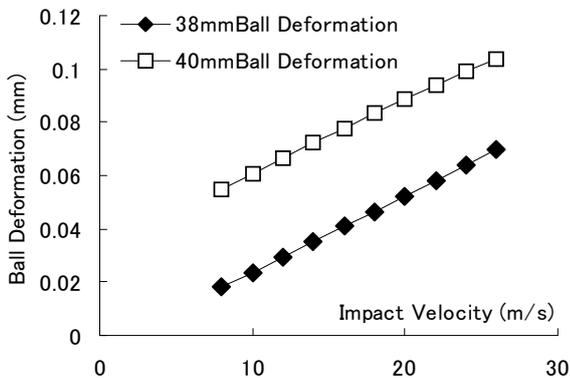


Fig.17 Predicted deformation of the ball vs. impact velocity when a ball strikes the center of racket face. The deformation of the ball with 40 mm ball is much larger.

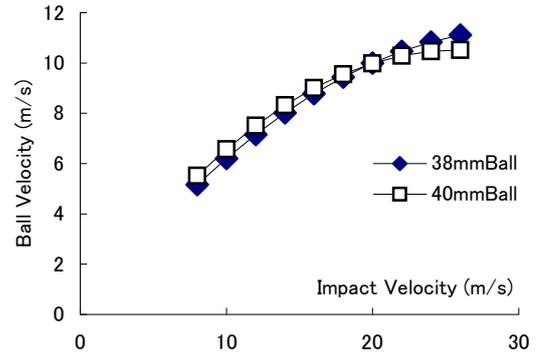


Fig.19 Predicted rebound ball velocity vs. impact velocity when a ball strikes the center on the racket face.

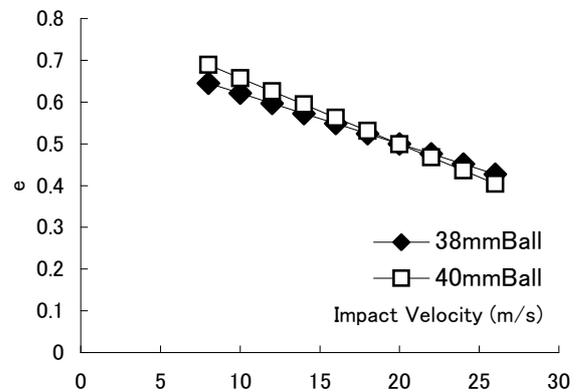


Fig.20 Predicted rebound power coefficient e when a ball strikes the center on the racket face at the velocity of $30 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. The rebound power coefficient with 40 mm ball is slightly larger below $20 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ but smaller above $20 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ of impact velocity.

7. 結論

国際卓球連盟が最近規格化した直径 40 mm ボール (2.7g) の反発性能をラケット・ラバー・ボールの実験的測定に基づく衝突解析により明らかにし、従来の直径 38 mm ボール (2.5g) の結果と比較した。

(1) 直径 40 mm ボールは、直径 38 mm ボールの場合に比べて、衝突力はやや大きく、接触時間は衝突速度 $15 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ 以下では短く 15 m/s 以上では長い。

(2) ボールの変形量は大きく、ラバーの変形量は $15 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ 以下では大きい $15 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ 以上ではやや小さくなる。

(3) 反発係数と反発力係数 (反発性能) は衝突速度 $20 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ 以下ではわずかに高く、 $20 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ 以上では低いことが明らかになった。

直径 38 mm ボールの場合に比べて、直径 40 mm ボールの接触時間が衝突速度 $15 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ 以下では短く $15 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ 以上では長い理由は、ボール・ラバー複合系の変形量が 0.2 mm に相当する速度 $20 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ 以下ではボール・ラバー複合系の剛性が高く、 0.2 mm に相当する速度 $20 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ 以上では剛性が低いからである。

また、直径 38 mm ボールの場合に比べて、直径 40 mm ボールの反発力係数 (反発性能) が衝突速度 $20 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ 以下では高く、 $20 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ 以上では小さい理由は、ボールとラバーの衝突におけるエネルギー損失が衝突速度 $20 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ 以下では小さく (ボールとラバーの反発係数は高く)、 $20 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ 以上では大きい (ボールとラバーの反発係数は低い) からである。

打球感とグリップ振動の役割については別報に述べる。

終わりに、38mm ボールと固定ラバーの衝突実験を実施していただいたタマス (株) 研究開発チームの諸氏に深謝し、ボールとラバーの圧縮実験装置の製作および実験指導をいただいた埼玉工業大学・益田教授に厚くお礼申しあげる。図表作成にご助力いただいた埼玉工業大学・平成 15 年度卒研究生・大地一嘉君に厚くお礼申し上げます。なお、本研究の一部は埼玉工業大学ハイテク・リサーチ・センターの援助によって行われたことを付記する。

文献

(1) Y. Kawazoe & D. Suzuki, Prediction of Rebound Power of Table Tennis Racket: Analysis of Factors Associated with Impact between the Racket and the Ball, *The 7th ITTF SPORTS SCIENCE CONGRESS*, Proceedings, p.32, (April, 2001), Osaka Japan

- (2) 川副嘉彦・鈴木大介, 卓球における衝突解析とラケットの性能予測, 日本機械学会 Dynamics & Design Conference 2002 講論アブストラクト集 No.02-9, p.68. CD-ROM論文集No.02-9, 218,(2002.9), pp.1-6.
- (3) Y. Kawazoe & D. Suzuki, Mechanism of Restitution Coefficient and Impact Factors between a Ball and a Racket in Table Tennis, *The Book of the 4th International Conference on the Engineering of Sport*, (2002), pp.58-63.
- (4) 川副嘉彦・鈴木大介, 卓球における衝突解析モデルとラケット反発性能の予測, 第 52 回理論応用力学講演会論文集, 2003.1, pp.175-176.
- (5) KAWAZOE, Y. and SUZUKI, D., Prediction of Table Tennis Racket Restitution Performance Based on the Impact Analysis, *Theoretical and Applied Mechanics Japan*, Vol.52, (2003). pp.163-174.
- (6) Y. Kawazoe and D. Suzuki, "Impact Prediction Between a Ball and Racket in Terms of Contact Forces, Contact Times, Restitution Coefficients and the Feel in Table Tennis", *ABSTRACTS of The Third World Congress of Science and Racket Sports and The Eighth International Table Tennis Federation Sports Science Congress*, Paris, France, p.50. (2003)
- (7) Y. Kawazoe and D. Suzuki, "Impact Prediction between a Ball and Racket in Terms of Contact Forces, Contact Times, Restitution Coefficients and the Feel in Table Tennis" *Science and Racket Sports 3*, (2004). Routledge publishing, UK. (in print)
- (8) Y. Kawazoe & D. Suzuki, Prediction of Rebound Power of Table Tennis Racket: Comparison between the 40 mm and the 38 mm Balls, *The 7th ITTF SPORTS SCIENCE CONGRESS*, Proceedings, p.13, (April, 2001), Osaka Japan.
- (9) Y. Kawazoe & D. Suzuki, Prediction of Rebound Velocity of the 40 mm New Ball Compared to the 38 mm Ball Impacted to the Table Tennis Racket, *The Book of the 4th International Conference on the Engineering of Sport*, (2002) pp. 64-69.
- (10) Y. Kawazoe and D. Suzuki, "Comparison of the 40 mm Ball with the 38 mm Ball Impacted to the Table tennis Racket Based on the Predicted Impact Phenomena", *ABSTRACTS of The Third World Congress of Science and Racket Sports and The Eighth International Table Tennis Federation Sports Science Congress*, Paris, France, p.51. (2003)
- (11) Y. Kawazoe and D. Suzuki, "Comparison of the 40 mm Ball with the 38 mm Ball Impacted to the Table tennis Racket Based on the Predicted Impact Phenomena", *Science and Racket Sports 3*, (2004). Routledge publishing, UK. (in print)